



## 13. THERMAL RADIATION

- 13.1. El filamento de una bombilla de 100 W se calienta hasta 2900 K (se mide su resistividad, que es función de la temperatura). Suponiendo cuerpo negro, se pide:
- Superficie del filamento.
  - Longitud de onda de máxima emisión.
- 13.2. Para cuerpos negros a diferentes temperaturas, a) 5800 K (sol), b) 2900 K (filamento de wolframio), c) 1000 K (hierro al rojo) y d) 300 K (tierra), calcular:
- La longitud de onda de máxima emisión.
  - La fracción de energía radiante emitida entre  $0,4 \mu\text{m}$  y  $0,7 \mu\text{m}$  (rango visible).
  - La emitancia.
- 13.3. Por un conducto cuyas paredes están a 670 K fluye aire a 0,3 m/s, y un termopar inmerso en el fluido indica 830 K. Suponiendo que para el aire la conductividad es  $k=0,06 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  y la viscosidad  $\nu=0,85\cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , y para el flujo alrededor del termopar  $Nu_D=0,5\cdot Re_D^{0,5}$ , con un diámetro de la punta del termopar  $D=1,3 \text{ mm}$  y una emisividad  $\varepsilon=0,2$ , se pide:
- Calcular el número de Reynolds.
  - Calcular el número de Nusselt y el coeficiente convectivo.
  - Determinar la temperatura verdadera del gas.
- 13.4. Un tubo de aluminio de 4 m de largo, 100 mm de diámetro exterior y 80 de interior, pintado de negro por dentro y por fuera, está sometido a una irradiación (unidireccional)  $i=10 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}$  y rodeado por aire ambiente a  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  (considérese  $h = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ). En su interior y coaxialmente existe otro tubo delgado de 40 mm de diámetro, también pintado de negro y hecho el vacío entre ambos, por el interior del cual circula a 0,1 m/s un fluido de viscosidad  $\nu=10\cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\rho=700 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $k=0,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  y  $c_p=2000 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ . Sabiendo que la temperatura de entrada es de  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ , calcular:
- El coeficiente de convección térmica en el fluido.
  - El flujo de calor por unidad de longitud que recibe el fluido.
  - La temperatura de salida del fluido
  - Las temperaturas de los tubos.
- 13.5. Calcular el calor transmitido entre dos superficies opacas semirreflectantes cuando se interponen  $n$  ( $n = 0,1,2,\dots$ ) escudos radiativos, en los casos siguientes:
- Geometría plana y reflectancia nula de todas las placas (incluyendo las paredes).
  - Geometría cilíndrica o esférica y reflectancia nula.
  - Caso más general.
- 13.6. En la rampa de lanzamiento de un cohete hay un depósito de 2,5 m de diámetro y 10 m de altura lleno de oxígeno líquido a 90 K. El depósito es de aluminio, de espesor 5 mm, recubierto exteriormente con una capa de 3 mm de corcho. Los coeficientes de convección natural en el lado de aire y en el interior pueden considerarse de  $5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  y  $50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ . Se pide:
- Temperaturas en las interfaces y flujo de calor recibido.
  - Caudal de oxígeno líquido que hay que ir reemplazando para compensar las pérdidas.
- 13.7. Calcular la energía comunicada al agua en un colector solar plano de  $20 \text{ m}^2$ , cuando recibe una irradiación total  $i=800 \text{ W}/\text{m}^2$ , sabiendo que tiene una absortancia  $\alpha=0,92$ , una emisividad  $\varepsilon=0,15$  y

una transmitancia térmica al aire ambiente  $h=3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ , para una temperatura del agua de  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  y del ambiente de  $18 \text{ }^\circ\text{C}$ .

13.8. Se quiere estimar la temperatura del sol por los dos procedimientos siguientes:

- Sabiendo que la temperatura media de la tierra es  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ , que su radio es de  $6378 \text{ km}$ , que el ángulo del disco solar es  $0,01 \text{ rad}$  y que la distancia al sol es de  $0,15\cdot 10^{12} \text{ m}$ , detallando las simplificaciones introducidas y calcular también la constante de radiación solar (irradiación a una unidad astronómica).
- Sabiendo que la luz solar presenta su máxima intensidad espectral para  $\lambda=0,5\cdot 10^{-6} \text{ m}$ .
- Calcular con lo anterior la temperatura de equilibrio de una esfera en función de su distancia al sol.
- Sabiendo que el sol se ve desde la tierra con un ángulo de  $0,01 \text{ rad}$ , que la irradiancia máxima en superficie es de  $1000 \text{ W}/\text{m}^2$ , y que se estiman en un 30% las pérdidas por absorción en la atmósfera.

13.9. Estimar la temperatura de equilibrio de un terreno suponiendo que está aislado por debajo y que por arriba tiene un coeficiente de convección con el aire, que está a  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ , de  $h=10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ , y un acoplamiento radiativo con el cielo que puede modelarse así:

- Cielo claro, temperatura efectiva del cielo  $100 \text{ K}$ .
- Cielo cubierto, temperatura efectiva del cielo  $250 \text{ K}$ .

13.10. Considérese un vidrio de invernadero que se supone sólo transparente en el rango  $0,35 \text{ }\mu\text{m}$  a  $2,7 \text{ }\mu\text{m}$ . Se pide:

- La fracción de radiación solar que pasa.
- La fracción de radiación infrarroja emitida por el interior, supuesto cuerpo negro a  $37 \text{ }^\circ\text{C}$ .

13.11. Calcular la distribución de temperatura en una cáscara esférica en el espacio interestelar, sometida a la radiación solar y suponiendo el interior adiabático. Los datos son: la irradiación solar  $E$  [ $\text{W}/\text{m}^2$ ], la absortancia solar  $\alpha$ , la emisividad infrarroja  $\varepsilon$ , la conductividad térmica  $k$ , el espesor de la cáscara  $\delta$  y el radio de la esfera  $R$ . En particular, se pide:

- La temperatura en el límite  $k\rightarrow\infty$ .
- La ley de temperaturas para  $k=0$ .
- El perfil de temperaturas para  $k=10 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $E=1370 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$ ,  $R=0,1 \text{ m}$ ,  $\delta=1 \text{ mm}$ ,  $\alpha=1$  y  $\varepsilon=1$ .

13.12. Calcular la temperatura de equilibrio de una esfera de aluminio hueca, recubierta de una capa de sílice fundida, expuesta al sol en el espacio extraterrestre, y suponiendo que la transmitancia del recubrimiento es  $0,97$  (el otro 3% se absorbe), su emisividad  $0,8$ , y la reflectancia del aluminio  $0,94$  (el otro 6% se absorbe).

13.13. Determinar la temperatura de equilibrio de una esfera en el espacio extraterrestre en función de sus propiedades ópticas, suponiendo una irradiación solar  $C_s=1370 \text{ W}/\text{m}^2$ . En particular se pide:

- Determinar la temperatura de equilibrio de una esfera en el espacio extraterrestre.
- Hacer aplicación para una pintura blanca de  $\alpha/\varepsilon = 0,20/0,85$ , una pintura negra de  $\alpha/\varepsilon=0,95/0,90$ , una pintura aluminizada de  $\alpha/\varepsilon = 0,30/0,30$  y un papel de oro de  $\alpha/\varepsilon=0,25/0,03$ .
- Hacer aplicación para la Tierra supuesta cuerpo negro.
- Corregir c) con el efecto del albedo ( $\alpha=0,7$ ).
- Corregir d) con el efecto de la emisividad ( $\varepsilon=0,6$ ).
- Corregir c) con el efecto de un escudo isoterma negro (cuerpo negro).
- Corregir c) con el efecto invernadero ideal.
- Corregir c) con el efecto invernadero semitransparente.
- Corregir h) con el efecto de la convección equivalente a  $h=5 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$
- Corregir i) para un modelo de Tierra helada con  $\alpha=0,3$
- Corregir i) para un modelo de invierno nuclear con  $\tau=0,2$
- Corregir i) para un modelo de Tierra con sol frío  $0,85\cdot C_s$ .

m) Corregir i) para un modelo de Tierra con sol frío  $0,85 \cdot C_s$  pero mucho vapor  $\alpha/0.85$ .

13.14. Se trata de analizar la influencia de la radiación terrestre sobre un radiador circular plano, de 10 cm de diámetro, de un satélite geoestacionario (a 36000 km de altura). Para ello se considera la placa en régimen estacionario recibiendo del satélite un flujo de calor constante que irradia al espacio como cuerpo negro. Sabiendo que la  $T_{eq}$  del radiador cuando apunta al espacio vacío es  $T_o$ , se desea calcular el incremento de temperatura cuando apunta hacia la tierra, considerándola a una temperatura media  $T_1=288$  K, con una emisividad infrarroja  $\epsilon_R=0,55$  y reflectancia solar  $\rho_s=0,3$ . En particular se pide:

- Factor geométrico entre la tierra y el radiador.
- Temperatura del radiador cuando mira a la tierra, despreciando el posible efecto de albedo.
- Temperatura del radiador cuando mira a la tierra, teniendo en cuenta el máximo valor posible del flujo por albedo.
- Aplicación para los casos  $T_o=300$  K y  $T_o=100$  K.

13.15. Se quiere utilizar una placa de  $1 \text{ m}^2$  recubierta de un espejo (lámina de sílice fundida con deposición de plata) como sumidero térmico en un satélite geoestacionario. Supóngase que su temperatura se va a mantener siempre a 310 K, a pesar de que inicialmente su absorptancia es  $\alpha=0,09$  y al cabo de 7 años en órbita será de  $\alpha=0,21$ , permaneciendo su emisividad constante,  $\epsilon=0,75$  y estando la placa orientada siempre al norte. Se pide:

- Capacidad inicial de evacuación de calor hacia el espacio vacío.
- Capacidad de evacuación de calor cuando le da el sol, al principio y al final de la vida del satélite.
- Incremento de temperatura e incremento de área que compensarían la pérdida de capacidad de evacuación de calor con el tiempo.

13.16. Se desea conocer la temperatura de equilibrio de una esfera de 15 cm de diámetro que contiene una resistencia eléctrica a la que se suministra potencia  $P_e=250$  W, y que está suspendida en una gran cámara de ensayos conteniendo aire a presión  $p$  y temperatura ambiente. En particular, se pide:

- Temperatura de equilibrio para una esfera pintada de negro ( $\epsilon=0,9$ ) mantenida en una cámara en la que se ha hecho el vacío y cuyas paredes se regulan a  $15^\circ\text{C}$ .
- Temperatura de equilibrio para una esfera pintada de pintura aluminizada ( $\epsilon=0,3$ ) mantenida en una cámara en la que se ha hecho el vacío y cuyas paredes se regulan a  $15^\circ\text{C}$ .
- Temperatura de equilibrio para una esfera pintada de negro ( $\epsilon=0,9$ ) mantenida en una cámara con aire a  $p=100$  kPa y cuyas paredes se regulan a  $15^\circ\text{C}$ .
- Temperatura de equilibrio para una esfera pintada de pintura aluminizada ( $\epsilon=0,3$ ) mantenida en una cámara con aire a  $p=100$  kPa y cuyas paredes se regulan a  $15^\circ\text{C}$ .

13.17. Se trata de estudiar la radiación de una bombilla de 100 W de 6 cm de diámetro medio del bulbo, sabiendo que la longitud de onda de máxima emisión es  $10^{-6}$  m. Se pide:

- Temperatura del bulbo, suponiendo que éste absorbiese toda la radiación emitida por el filamento, y la re-radiara.
- Temperatura del bulbo, calculando sólo el acoplamiento infrarrojo.
- Temperatura del bulbo, tomando una emisividad para el vidrio  $\epsilon=0.9$ .
- Temperatura del bulbo, suponiendo, además de  $\epsilon=0.9$ , un coeficiente convectivo exterior  $h_{ext}=20$  W/( $\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ).
- Temperatura del gas, sabiendo que las presiones inicial y final son  $p_{fin}=150$  kPa y  $p_{ini}=90$  kPa.
- Transporte convectivo interior suponiendo  $h_{int}=20$  W/( $\text{m}^2 \cdot \text{K}$ ),
- Tamaño que ha de tener una bombilla halógena para que la temperatura del bulbo sea  $>300^\circ\text{C}$  (para que no se deposite el halógeno).

13.18. Se desea comparar la convección respecto a la radiación en la transmisión de calor de un cuerpo caliente al ambiente ( $20^\circ\text{C}$ ). En particular se pide:

- a) Para qué valor del coeficiente convectivo serán iguales los flujos de calor convectivo y radiativo en la aproximación lineal (tómese  $\varepsilon=1$ ).
- b) Para qué temperatura del cuerpo caliente serán iguales los flujos de calor convectivo y radiativo si  $h=10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .
- c) Qué área debe tener un 'radiador' para que estando a  $65 \text{ }^\circ\text{C}$  transmita al aire  $1 \text{ kW}$ , con  $h=10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .

13.19. A partir de la ley de Planck, se pide:

- a) Obtener la ley de Stefan.
- b) Obtener la ley de Wien.
- c) Determinar la irradiancia solar espectral extraterrestre, y compararla con la de la tierra, suponiendo que ésta emitiera como cuerpo negro a  $288 \text{ K}$ .
- d) Determinar las fracciones de la irradiancia solar espectral extraterrestre en el UV, visible e IR.

13.20. Determinar la hora solar a partir de la hora oficial (ecuación del tiempo).

13.21. Find the solar constant,  $E_0$ , based on the following measurements of direct solar irradiation on a horizontal surface at sea level:  $940 \text{ W}/\text{m}^2$  at  $20^\circ$  zenith angle,  $860 \text{ W}/\text{m}^2$  at  $40^\circ$  zenith angle, and  $670 \text{ W}/\text{m}^2$  at  $60^\circ$  zenith angle.

13.22. Find the variation with orbit altitude of the heat loads on a perpendicular plate, due to Earth's IR emission and albedo, assuming the planet emits as a grey-body with  $T_p=288 \text{ K}$  and  $\varepsilon=0.6$ , and has an albedo of  $\rho=0.3$  against a solar irradiance of  $E=1370 \text{ W}/\text{m}^2$ .

13.23. Find the average emissivity for the Moon, from the energy balance, the mean surface temperature,  $T_m=274 \text{ K}$ , and the bolometric albedo,  $\rho=0.12$ .

13.24. Consider a panel of  $1\cdot 0.5\cdot 0.01 \text{ m}^3$  deployed from a spacecraft orbiting Mars (1.5 AU from the Sun) at the subsolar position and 300 km altitude, with its largest dimension tilted  $30^\circ$  to sun rays, at the beginning of a mission. Neglect the effects of other parts of the spacecraft, and assume the panel is painted black on the face looking down the planet and white on all other faces; take for the bulk properties of the panel  $\rho=50 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c=1000 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , and  $k=0.01 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Find:

- a) The solar irradiance and the power absorbed from the Sun.
- b) The heat loads from the planet.
- c) The power emitted by the plate, assuming the whole plate is at temperature  $T_0$ , and in the case of different temperatures at each face,  $T_1$  and  $T_2$ .
- d) The steady value of  $T_0$ ,  $T_1$  and  $T_2$ .
- e) The temperature evolution after entering into eclipse with the above initial state.

13.25. Consider a panel of  $1\cdot 0.5\cdot 0.01 \text{ m}^3$  deployed from a spacecraft orbiting the Earth at the subsolar point and 300 km altitude, with its largest dimension tilted  $60^\circ$  to sun rays, at the beginning of a mission. Neglect the effects of other parts of the spacecraft, and assume the panel is painted black on the face looking down the planet and white on all other faces; take for the bulk properties of the panel  $\rho=50 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c=1000 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , and  $k=0.01 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . Find:

- a) The power absorbed from the Sun.
- b) The heat loads from the planet.
- c) The power emitted by the plate, assuming the whole plate is at temperature  $T_0$ , and in the case of different temperatures at each face,  $T_1$  and  $T_2$ .
- d) The steady value of  $T_0$ ,  $T_1$  and  $T_2$ .

- 13.26. A manufacturer of electrical infrared heaters quotes in the applications of its products a maximum heating power of  $1.2 \text{ MW/m}^2$ . What can be deduced about the operation temperature of its heaters?
- 13.27. Find the view factor from a small flat area  $dA_1$  normal and centred with respect to a circular disc of radius  $R$  a distance  $H=hR$  apart.
- 13.28. Consider a hemispherical shell of 1 m in diameter, at 500 K, a circular disc of 0.1 m in diameter, concentric, in the base plane and at 300 K, and the circular corona at the base that completes the closure of the hemisphere, also at 500 K. Assume that there is only heat transfer by radiation (no convection and no conduction through the contacts). Find the heat transfer received by the disc in the following cases:
- Assuming that all surfaces are black-bodies.
  - Assuming that all surfaces are grey-bodies with  $\varepsilon=0.8$ .
- 13.29. Consider a cubic enclosure 0.5 m in side, with its upper face a black-body at 400 K and its lower face a black-body at 300 K. Assume that there is only heat transfer by radiation (no convection and no conduction through the joins). Find the heat transfer to the bottom face under the following cases:
- Assuming all lateral surfaces to be perfect mirrors.
  - Assuming all lateral surfaces to be perfect re-radiators (black-bodies externally insulated).
  - Assuming all lateral surfaces to be at 300 K as the bottom one.
  - Assuming all lateral surfaces to be kept cryogenic at 70 K.
- 13.30. Consider a cubic box 1 m in side, made of 2 mm thick aluminium plates, initially at equilibrium with the environment at  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ . Assume that one of the six faces is suddenly brought to  $85 \text{ }^\circ\text{C}$  and maintained at that temperature, that there is only heat transfer by radiation (no convection and no conduction through the joins), and that all faces are black-bodies. Find:
- All the view factors implied.
  - The net heat fluxes at each plate, just after the heating starts.
  - The steady state.
- 13.31. Se trata de estudiar la transmisión de calor en régimen estacionario entre las caras interiores de un perfil cuya sección recta es un triángulo equilátero de 0,1 m de lado. Se supone que las tres caras están aisladas en las uniones, y que se mantienen dos de ellas a 300 K y la otra a 100 K. Esta última tiene una emisividad  $\varepsilon_1=0,9$ , y las otras dos tienen  $\varepsilon_2=0,5$  y  $\varepsilon_3=0,1$ . Se pide:
- Plantear las ecuaciones nodales que resuelven el problema.
  - Calcular las exitancias en cada cara.
  - Calor intercambiado en cada cara.
- 13.32. Consider a cylindrical evacuated enclosure 0.5 m in diameter and 0.5 m in length. One of the bases is a thin plate exposed on the outside to the 2.7 K of outer-space background radiation, while the other surfaces are kept at constant temperature. Find:
- All the view factors implied.
  - All the heat flows at the steady state, assuming black-body surfaces, with 400 K for the temperature-regulated surfaces.
  - Same as before, but considering an emissivity  $\varepsilon=0.5$  for the surfaces at 400 K.
  - The same, but releasing the fixed temperature condition at the base, which should be considered now as an insulated re-radiating black-body surface.
- 13.33. Consider the variation of solar irradiance with distance to the Sun. Find:

- a) The solar irradiation and the steady temperature for a spherical black-body at the distance of each of the 8 planets, and compare with their mean surface temperature.
  - b) Find the solar irradiance change at Earth's perihelion and aphelion, and the steady temperature variation for a spherical blackbody.
  - c) Find the solar irradiation and the steady temperature for a spherical body at 0.23 AU (the expected perihelion of Solar Orbiter spacecraft), in the case of a black body surface, and in the case of a white paint with  $\alpha=0.2$  and  $\varepsilon=0.9$ .
- 13.34. Consider a spherical black-body of 1 m in diameter, in an equatorial orbit at 300 km (LEO), and at GEO. Find:
- a) Orbital period.
  - b) Eclipse duration.
  - c) Solar input along the orbit.
  - d) Infrared input from the planet, assumed at a temperature of 288 K and with  $\varepsilon=0.6$ .
  - e) Albedo input along the orbit, assuming an albedo of 0.3 and a simple albedo model.
  - f) Periodic temperature evolution, assuming the body is isothermal, with a mass of 100 kg and a thermal capacity of 1000 J/kg·K).
- 13.35. Consider a cubic black-body satellite, of 0.5 m in size, three-axis stabilised in an equatorial orbit at 300 km (LEO), and the case it is at GEO. Find:
- a) Orbital period.
  - b) Eclipse duration.
  - c) Solar input along the orbit.
  - d) Infrared input from the planet, assumed at a temperature of 288 K and with  $\varepsilon=0.6$ .
  - e) Albedo input along the orbit, assuming an albedo of 0.3 and a simple albedo model.
  - f) Periodic temperature evolution, assuming the body is isothermal, with a mass of 50 kg and a thermal capacity of 1000 J/kg·K).
- 13.36. Find the steady temperature for an isothermal sphere at geosynchronous orbit, neglecting Earth interactions, as a function of surface absorptance divided by surface emissivity, with application to a blackbody ( $\alpha/\varepsilon=1/1$ ), a white painting with  $\alpha/\varepsilon=0.20/0.85$ , a black painting with  $\alpha/\varepsilon=0.95/0.90$ , an aluminised painting with  $\alpha/\varepsilon=0.30/0.30$ , a golden painting with  $\alpha/\varepsilon=0.25/0.03$ , and a second surface mirror with  $\alpha/\varepsilon=0.08/0.80$ .
- 13.37. Find the electrical power produced by an spherical satellite of 0.5 m in diameter, fully covered by solar cells of an efficiency  $\eta=15\%$  and a packaging factor  $F_{pg}=0.8$ , in a low Earth orbit without eclipses, and set the thermal balance, assuming an absorptance and emissivity of  $\alpha=\varepsilon=0.75$  for the solar cells, a thermal capacity of  $C=30$  kJ/K for the satellite, and that the electrical dissipation is only important during 15 minutes of the orbit, and can be considered constant in that period.
- 13.38. Find the steady temperature at 1 AU, for an isothermal blackbody with the following geometries: planar one-side surface (i.e. rear insulated), plate, cylinder, sphere, and cubic box in its three symmetric orientations.
- 13.39. Consider a circular disc of radius  $R_1=60$  cm, thickness  $\delta_1=5$  mm, thermal capacity  $C_1=500$  J/K, painted white on the front and black on the rear. The disc acts as a sunshield to a coaxial spherical body of radius  $R_2=0.5$  m, black-painted, which is at a distance  $H=1$  m between centres, and has a thermal capacity  $C_2=15$  kJ/K. Both objects are joined by a tubular pole made of aluminium with 1 cm external diameter and 0.3 mm wall thickness. The two objects are assumed to have high thermal conductivity and thus isothermal, constituting each one a node in the thermal problem. Find:

- a) The global thermal capacity of the pole, to justify the simplification to two nodes (disc 1, and sphere 2).
  - b) All the view factors for the nodes.
  - c) The conductive and radiative couplings between nodes if all the surfaces are considered blackbodies.
  - d) The energy balance for the permanently aligned configuration Sun-disc-sphere in space (without nearby planets or moons), with the assumption of blackbodies.
  - e) The network equations in the real grey-body case.
- 13.40. Consider a circular disc of diameter  $D=1$  m, white-painted on both sides, acting as a sunshield to an equal disc, placed parallel and coaxially 0.5 m behind, black-painted on both sides. For this permanently aligned configuration, at 1 AU, find:
- a) The steady temperature of the black disc in absence of the shield.
  - b) The view factors involved when the shield is on.
  - c) The steady temperatures assuming both discs to be blackbodies.
  - d) The steady temperatures in the real case.
- 13.41. Considérese un disco plano de 0,5 m de diámetro enfrentado al Sol en el vacío espacial, y entre ambos, separado un metro de distancia, otro disco igual y concéntrico, ambos de aluminio pintado de negro por ambas caras. Tómesese una irradiancia solar de  $1370 \text{ W/m}^2$  y una temperatura de la radiación de fondo de 2,7 K. Se pide:
- a) Determinar la temperatura que alcanzaría el primer disco en ausencia del segundo.
  - b) Calcular el factor geométrico entre los discos.
  - c) Plantear los balances energéticos para cada disco.
  - d) Determinar las temperaturas que alcanzarían los discos.
- 13.42. Se quiere estudiar el enfriamiento al aire de un manguito de acero inoxidable de 1 mm de espesor, 10 cm de diámetro y 10 cm de longitud, recién sacado de un horno a 1000 K. Suponiendo un coeficiente de convección natural de  $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  tanto para la cara externa como para la interna, un factor geométrico de la superficie interior con ella misma dado por  $F_{11} = 1 - \left( \sqrt{1 + d^2} - 1 \right) / d$ , siendo  $d=D/L$ , y que tanto el aire como el recinto donde tiene lugar el proceso están a  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , se pide:
- a) Plantear el balance energético del manguito, en un instante genérico, en función de su temperatura.
  - b) Determinar el valor de los siguientes factores geométricos: el mencionado en este caso y en los casos límite de longitud muy pequeña o muy grande (para diámetro fijo); el factor geométrico entre la superficie interior y una de las bases (aberturas); el factor geométrico entre ambas bases (aberturas).
  - c) Determinar los valores de los flujos de calor por convección y radiación en el instante inicial, suponiendo cuerpo negro.
  - d) Determinar la velocidad inicial de enfriamiento en el caso anterior.
  - e) Volver a resolver el problema para el caso de acabado metálico no pintado.
- 13.43. A horizontal groove is formed by two long equal perpendicular strips of 0.1 m width joined at the bottom (V-shape). The face on the right, receives a perpendicular solar beam of  $1000 \text{ W/m}^2$ . Assume that both faces are thermally insulated on their backs, and that the surrounding temperature is  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ . To do:
- a) Find all the view factors involved.
  - b) Solve for temperatures and heat flows at each face, using a blackbody model with and without a heat convection coefficient with air  $h=5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .
  - c) Same as above but considering a solar absorptance  $\alpha=0.2$  and infrared emissivity  $\varepsilon=0.8$  for both faces.

- 13.44. A horizontal groove is formed by two long equal perpendicular strips of 0.1 m width joined at the bottom (V-shape), and exposed to background space from above. The face on the right, receives a perpendicular solar beam of  $1370 \text{ W/m}^2$ . Assume that both faces are thermally insulated on their backs. To do:
- Find all the view factors involved.
  - Solve for temperatures and heat flows at each face, using a blackbody model.
  - Same as above but considering that both faces are painted white.
- 13.45. Considérese una superficie semiesférica, cerrada por su plano diametral, formando una cavidad cerrada y vacía, en un recinto vacío mucho mayor y a temperatura  $T_\infty$ , en estado estacionario. Suponiendo que las conductividades térmicas de los materiales permitan considerar isotermas la cáscara semiesférica y la lámina plana, a  $T_s$  y  $T_p$ , respectivamente, despreciando la conducción térmica en el borde, que todas las superficies se comportan como cuerpo negro, y que sobre la pieza incide una radiación colimada de  $1000 \text{ W/m}^2$  en dirección paralela a la superficie plana, se pide:
- Establecer el balance energético global del cuerpo.
  - Establecer los balances energéticos separados de la placa plana y la cáscara semiesférica.
  - Determinar los factores geométricos entre ambas superficies.
  - Calcular  $T_s$  y  $T_p$  para  $T_\infty=15 \text{ }^\circ\text{C}$  y en el caso límite  $T_\infty \rightarrow 0$ .
- 13.46. Se quiere estudiar la radiación térmica intercambiada entre dos placas iguales, de  $400 \times 50 \times 1 \text{ cm}^3$ , ambas pintadas de blanco, dispuestas perpendicularmente como indica la figura, siendo  $L=50 \text{ cm}$  y  $L_0=0,25 \text{ m}$ . Ambas placas están soportadas convenientemente en un gran recinto y rodeadas de aire ambiente a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , con el que el coeficiente de convección térmica se supondrá igual a  $10 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ . Sabiendo que la placa vertical se mantiene permanentemente a  $120 \text{ }^\circ\text{C}$  mediante una resistencia eléctrica interna, se pide
- Potencia disipada en la resistencia, despreciando el efecto de la otra placa.
  - Se va a estimar el factor geométrico entre ambas placas en el límite bidimensional ( $400 \text{ cm} \gg 50 \text{ cm}$ ), habiéndose encontrado en una recopilación que el factor geométrico desde una banda horizontal  $L_1$  a una banda vertical  $L_2$  con vértice común en el origen es  $F_{12} = \left(1 + r - \sqrt{1 + r^2}\right) / 2$ , siendo  $r=L_2/L_1$  la relación de anchuras. ¿A qué valor tiende  $F_{12}$  cuando  $L_1 \ll L_2$ ? Razonar físicamente la respuesta.
  - Con el modelo anterior, determinar el factor geométrico entre ambas placas (en el límite bidimensional).
  - Temperatura que alcanzaría la placa horizontal en régimen estacionario con el modelo de cuerpos negros.
  - Temperatura que alcanzaría la placa horizontal en régimen estacionario con la pintura descrita.

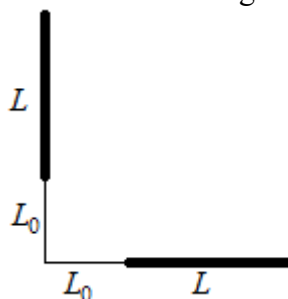


Fig. P-13.46.

- 13.47. Considérese una cáscara semiesférica, cerrada por su plano diametral, formando una cavidad cerrada y vacía, en equilibrio radiativo con un recinto vacío mucho mayor a temperatura  $T_\infty$ . Supóngase que las conductividades térmicas de los materiales permitan considerar isotermas la cáscara semiesférica (a  $T_s$ ) y la lámina plana (a  $T_p$ ), despreciando la conducción térmica en la unión, y que para todas las superficies es asumible el modelo de cuerpo negro. Sobre la pieza



incide una radiación colimada de  $1000 \text{ W/m}^2$  con una inclinación  $\beta$  respecto al eje común. Para los casos  $\beta=0$  y  $\beta=180^\circ$ , se pide:

- Suponiendo que la transmisión de calor por el interior fuese tan efectiva que ambas temperaturas se igualasen ( $T_{sp}$ ), hacer un esquema gráfico de cómo variaría esta con  $\beta$ , calculando los valores extremos cuando  $T_\infty \rightarrow 0$ .
- Establecer los balances energéticos separados de la placa plana y la cáscara semiesférica (con  $T_s$  y  $T_p$ ), especificando todos los factores geométricos entre dichas superficies.
- Calcular  $T_s$  y  $T_p$  en los dos casos anteriores ( $\beta=0$  y  $\beta=180^\circ$ ) cuando  $T_\infty \rightarrow 0$ .
- ¿Qué pasaría si las superficies internas fuesen de metal pulido?

13.48. Para un estudio térmico preliminar de un apéndice en un satélite geoestacionario se va a considerar una cáscara semiesférica de 25 cm de diámetro y 1 mm de espesor de aluminio anodizado, recubierta exteriormente por una capa de kapton muy delgada, y cerrada en su plano diametral por un panel de nido de abeja de 1 cm de espesor y conductividad térmica  $0,1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$  (se supondrá isotrópica), recubierto por ambas caras con 1 mm de espesor de aluminio anodizado, y de cuyo centro sale un soporte telescópico que lo une al cuerpo del satélite. La lámina externa del panel está pintada de negro y hace buen contacto térmico con la cáscara, mientras que la interior no llega a hacer contacto. Se va a suponer despreciable la influencia del cuerpo del satélite y del mástil de unión, y régimen estacionario. Se pide:

- Recopilar los valores que se van a usar para las propiedades térmicas y radiativas, indicando la incertidumbre estimada.
- Suponiendo que la transmisión de calor por el interior fuese tan efectiva que todo el conjunto fuese isoterma), determinar la temperatura del conjunto en función de la inclinación solar ( $\beta$ ) respecto al eje común,  $T_{sp}$ , en los casos extremos.
- Suponiendo que sea suficiente considerar tres superficies isotermas, la cáscara semiesférica (a  $T_s$ ), la cara externa del panel (a  $T_{pe}$ ), y la cara interna del panel (a  $T_{pi}$ ), establecer los balances energéticos separados de cada nodo y las temperaturas extremas.

13.49. Sobre una base plana de gran superficie, se dispone verticalmente una pletina de acero inoxidable de 3 mm de espesor, 25 cm de altura y gran longitud, estando la unión térmicamente aislada. Todo ello está pintado de negro y se encuentra en un gran recinto vacío cuyas paredes están a  $50^\circ\text{C}$ . Sabiendo que la placa base se mantiene en todo momento a  $20^\circ\text{C}$ , se pide:

- Determinar el factor geométrico (por razonamiento físico) entre una cara de la pletina y la parte visible de la placa base.
- Plantear el balance energético de la pletina en función de las temperaturas.
- Determinar la temperatura de la pletina en el régimen estacionario.

13.50. Para un estudio térmico de un apéndice en un satélite geoestacionario, considérese una placa cuadrada de aluminio anodizado (A-7075) de 0,8 m de lado y 2 mm de espesor, mantenida a 300 K, y pintada de negro. El apéndice es un panel en nido de abeja, de 1 cm de espesor, 10 cm de altura y 80 cm de anchura, centrada sobre la placa grande, el cual recibe perpendicularmente los rayos del Sol (ver figura). Este panel está formado por dos láminas de fibra de carbono (CFRP) de 0,5 mm de espesor con acabado en negro, unidas por láminas de aluminio (A1-5052) de  $20 \mu\text{m}$  de espesor y 5 mm de anchura de celda. Suponiendo despreciable la conductancia térmica en la unión con la placa grande, se pide:

- Calcular aproximadamente todos los factores geométricos a partir del valor  $F_{12}$  (factor geométrico desde un lado del panel vertical hacia el lado contiguo de la placa base), determinando el valor de este en el límite de placa base infinita.
- Calcular los factores geométricos verdaderos (sin la aproximación anterior).
- Determinar las temperaturas de las caras del panel vertical en estado estacionario, y el valor de cada uno de los términos del balance energético del panel.
- Resolver ahora suponiendo que la cara iluminada está pintada de blanco.

- e) Comparar los resultados anteriores (*c* y *d*) con los que se obtendría si no existiese la placa horizontal.
- f) Suponiendo que las caras superiores de la placa horizontal se recubren con una manta aislante negra (una MLI pintada de negro), y considerando que sus temperaturas superficiales van a ser diferentes, determinar todas las temperaturas (con la cara iluminada pintada de negro).
- g) Repetir el cálculo anterior pero con la cara iluminada pintada de blanco.

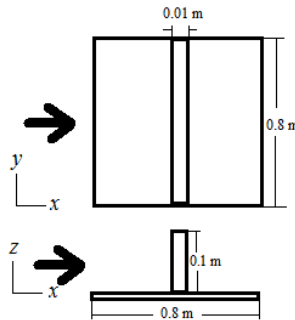


Fig. P-13.50. Geometría y dimensiones.

- 13.51. Considérese un panel solar de  $1 \times 2 \text{ m}^2$  desplegado en un satélite geoestacionario y orientado al Sol. El panel consta de una lámina de células solares de 30 % de rendimiento eléctrico y 0,5 mm de espesor (incluyendo la capa protectora antirreflectante y el adhesivo), pegada sobre un panel en nido de abeja formado por celdas hexagonales de 8 mm de separación, 25  $\mu\text{m}$  de espesor de lámina de aluminio (Al-5056), y 15 mm de altura entre capas de fibra de carbono (CFRP) de 0,25 mm de espesor. Con los datos de la Tabla adjunta, y despreciando la influencia del resto del satélite, calcular:
- a) La temperatura estacionaria considerando dos nodos, despreciando la radiación dentro del panel.
  - b) Transmisión de calor por radiación interior en el panel suponiendo que la lámina de aluminio fuese especular, y comparación con la conducción del aluminio.
  - c) Para una celdilla del panel, factor geométrico entre las bases aproximando el prisma hexagonal por un cilindro.
  - d) Considerando que el prisma hexagonal fuese suficientemente esbelto para despreciar el efecto de las bases, determinar todos los factores geométricos entre sus caras.
  - e) Suponiendo conocidos todos los factores geométricos del prisma real (no infinitamente largo), y las temperaturas de las bases ( $T_1$  y  $T_2$ ), plantear las ecuaciones que permiten resolver el problema de tres nodos (i.e. base 1, caras laterales 3, y base 2), en el caso general de superficies grises, especificando las incógnitas.

Tabla 1. Propiedades de los materiales.

Material	$\rho$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	$c$ [ $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ]	$k$ [ $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ]	$\alpha$ [-]	$\varepsilon$ [-]
Células solares	3500	750	100	0,80	0,80
CFRP	1700	850	30 (paralel.) 1 (perpend.)	0,30	0,80
Al-5056	2700	900	120	0,20	0,20

- 13.52. Considérese un mostrador-congelador abierto por arriba (y bien aislado por las paredes), que debe mantener el género a  $\square 18 \text{ }^\circ\text{C}$  en presencia de un ambiente a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Para estudiar las pérdidas de calor, se va a considerar un coeficiente convectivo de  $1 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  con el aire (que queda estancado encima), y una emisividad de 0,85 para las mercancías (el ambiente se supone cuerpo negro). Se pide:
- a) Flujo de calor por unidad de área en planta, y coste energético diario (en  $\text{kWh}/\text{m}^2$ ).
  - b) Efecto de poner un escudo radiativo de vidrio normal, determinando la temperatura que alcanzaría en régimen estacionario (considerando el mismo valor del coeficiente convectivo).
  - c) Efecto de un recubrimiento que redujese la emisividad de la cara inferior del vidrio hasta 0,1.

- d) Ahorro energético diario que supondría el recubrimiento (considérese 24 h de funcionamiento, 10 €/GJ el precio de la electricidad, y un rendimiento frigorífico típico).
- 13.53. Determinar la temperatura de equilibrio de la arena del desierto, suponiendo que está en régimen estacionario recibiendo una irradiancia solar de  $1 \text{ kW/m}^2$ , en presencia de aire a  $45 \text{ °C}$  con un coeficiente convectivo de  $10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ , sabiendo que la arena refleja el 30 % de la radiación solar (albedo), que la temperatura de radiación equivalente del cielo es de  $15 \text{ °C}$ , y despreciando la conducción a través del suelo.
- 13.54. Considérese un cuerpo esférico de radio  $R_0$  que debe disipar una potencia fija  $P$  a un recinto evacuado muy grande (e.g. una esfera de radio mucho mayor, donde se ha hecho el vacío) a temperatura  $T_\infty$ . Se pide:
- Temperatura superficial del cuerpo,  $T_0$ , al interponer una delgada cáscara esférica concéntrica entre el cuerpo y el recinto (manteniendo todo evacuado), en función del radio de la cáscara,  $R_1$ , y de las propiedades termoópticas.
  - Simplificación para el caso de cuerpos negros.
  - Aplicación numérica para  $R_0=5 \text{ m}$ ,  $\varepsilon_0=0,7$ ,  $P=100 \text{ kW}$ ,  $R_1=6 \text{ m}$ ,  $\varepsilon_{1,\text{int}}=0,8$ ,  $\varepsilon_{1,\text{ext}}=0,9$ , y  $T_\infty=2.7 \text{ K}$ .
- 13.55. Para un estudio térmico preliminar, se va a considerar una nave espacial esférica de radio  $R$ , con un escudo térmico plano circular de radio  $R$  enfrentado al Sol a una distancia de  $0,5 \text{ ua}$ . La distancia entre centros del disco y la esfera es  $2R$ , estando unidos por un mástil central de conductancia térmica  $KA$ . Se pide:
- Plantear los balances térmicos de las dos piezas, comentando la idoneidad del modelo de dos nodos.
  - Factores geométricos involucrados.
  - Temperaturas estacionarias para esa configuración, suponiendo cuerpos negros y despreciando  $KA$ .
  - Desde el estado anterior, tiempo que tardaría la esfera en aproximarse al nuevo estado estacionario si desapareciera el escudo.
  - Hacer aplicación numérica para  $R=2 \text{ m}$  y una capacidad térmica de la esfera  $C=100 \text{ kJ/K}$ .
- 13.56. Para un estudio térmico preliminar de un apéndice de un satélite geoestacionario que consta de dos tubos de  $30 \text{ mm}$  de diámetro exterior, paralelos y en contacto, con una capacidad térmica de  $250 \text{ J/K}$  por metro de tubo, se pide:
- Plantear el balance térmico de cada tubo, considerado cuerpo negro isoterma, cuando la dirección Sol-Tierra es perpendicular y está en el plano que forman los ejes de los dos cilindros, despreciando el acoplamiento conductivo entre ellos.
  - Resolver el caso anterior para régimen estacionario, suponiendo que el factor geométrico desde el tubo 1 al 2 fuese  $1/3$ .
  - Calcular el factor geométrico entre los dos cilindros por el método de las cuerdas.
  - Factor geométrico entre las dos partes semicilíndricas enfrentadas, y comparación con el caso de dos bandas planas paralelas e iguales, de anchura igual al diámetro de los tubos y enfrentadas a igual distancia que los ejes.
  - Estimar el tiempo de relajación térmica si se girase rápidamente  $180^\circ$  la pareja de tubos (para que le diera el sol al otro), y plantear las ecuaciones nodales de este transitorio.
  - Factor geométrico entre las partes convexas de las dos bandas semicilíndricas que quedarían al cortar la pareja de tubos por el plano que contiene sus ejes.
- 13.57. En un recinto grande con paredes a  $20 \text{ °C}$  en el que se ha hecho el vacío, se mantiene colgado en medio un disco delgado de  $0,1 \text{ m}$  de radio con una resistencia eléctrica embutida que disipa  $50 \text{ W}$ . El disco tiene un recubrimiento metalizado cuya emisividad es de  $0,1$ . Suponiendo térmicamente despreciable la conexión alámbrica, se pide:

- a) Temperatura que alcanza el disco.
  - b) Temperatura que alcanzaría otro disco semejante al anterior y dispuesto paralelamente y concéntrico a 0,1 m de distancia del disco calefactor.
  - c) Resolver el apartado anterior pero cuando la separación tiende a cero.
- 13.58. Se requiere un análisis térmico de una placa plana delgada, cuadrada y de 0,1 m de lado, que es un apéndice en un satélite geostacionario. Se pide:
- a) Plantear su balance térmico en un caso general, iluminado por el Sol, pero despreciando el acoplamiento con el resto del satélite. Estimar la posible contribución terrestre.
  - b) Potencia eléctrica requerida para que la placa no se enfríe por debajo de 50 °C, en función de la inclinación solar, en los casos en que ambas superficies sean negras o que sean blancas.
  - c) Potencia eléctrica requerida para mantener la placa a 50 °C con Sol frontal, en función de la relación  $\alpha/\varepsilon$ , suponiendo que la cara posterior está aislada con una MLI.
  - d) Temperatura que alcanzaría la placa pintada de blanco por delante y aislada por atrás, enfrentada al Sol (sin disipación).
  - e) Plantear los balances térmicos si se dispone delante de la placa antedicha otra placa igual, toda pintada de negro, separada 10 mm de la anterior, y calcular las temperaturas estacionarias.
  - f) Repetir el punto anterior pero con todas las caras pintadas de blanco.
- 13.59. Se quiere hacer un análisis térmico de un apéndice de un satélite geostacionario. Se trata de un disco delgado de 0,1 m de radio enfrentado al Sol, pintado de blanco por la cara iluminada, y con la otra recubierto de una lámina de kapton aluminizado exteriormente. Se pide:
- a) Plantear su balance térmico en un caso general, iluminado por el Sol, pero despreciando el acoplamiento con el resto del satélite. Estimar la posible contribución terrestre.
  - b) Temperatura que alcanzaría el disco en régimen estacionario.
  - c) Plantear los balances térmicos si se dispone delante del disco antedicha otro disco igual, pintada de negro por las dos caras, separado 0,1 m del anterior, y calcular las temperaturas estacionarias.
  - d) Repetir el punto anterior pero con ambas caras del nuevo disco pintadas de blanco.
- 13.60. Una esfera maciza de 0,25 m de diámetro está disipando 30 W en un recinto evacuado cuyas paredes se mantienen a 20 °C. Sobre la esfera incide una radiación solar de 800 W/m<sup>2</sup>, a través de una pequeña ventana. Se va a disponer un escudo semiesférico concéntrico con la esfera y de radio doble del de ésta, centrado en la dirección de la radiación incidente. Las propiedades termo-ópticas de la esfera maciza son  $\alpha=0,9$ , y  $\varepsilon=0,8$ , y las de la cáscara semiesférica son  $\alpha=0,4$ , y  $\varepsilon=0,8$  por el exterior, y  $\alpha=0,4$ , y  $\varepsilon=0,4$  por el interior. Considerando las superficies isotermas y difusas, se pide:
- a) Temperatura de la esfera en ausencia del escudo.
  - b) Plantear las ecuaciones necesarias cuando está el escudo.
  - c) Factores geométricos de la superficie interior del escudo.
  - d) Temperaturas del escudo y de la esfera.
- 13.61. Considérese la radiación térmica entre las placas 1 y 2 de la Fig. 1. Ambas placas son de 0,25·0,50 m<sup>2</sup>, y están desplazadas 0,25 m respecto a la línea de intersección de los planos que las contienen. La placa 1 tiene  $\alpha=0,6$  y  $\varepsilon=0,8$  por ambas caras, y por su cara exterior absorbe 800 W/m<sup>2</sup> de radiación perpendicular (proveniente de una fuente colimada), mientras que la placa 2 tiene  $\varepsilon=0,5$  por la cara superior y  $\varepsilon=0,8$  por la inferior. Se pide:
- a) Factores geométricos.
  - b) Potencia necesaria para mantener la placa 2 a 20 °C en un entorno a 2,7 K, y en un entorno a 15 °C.
  - c) Temperaturas de la placa 1 en cada caso.

- 13.62. Consider a cylindrical evacuated enclosure 50 mm in diameter and 50 mm in length. One of the bases is a thin plate exposed on the outside to the 2.7 K of outer-space background radiation, while all the other surfaces are kept at constant temperature. Find:
- All the view factors implied.
  - Temperature of the exposed base in the blackbody limit, with 300 K for the temperature-regulated surfaces.
  - Radiation exchange between each pair of surfaces in the above case.
  - Repeat the problem considering now an emissivity  $\varepsilon=0.5$  for all the surfaces.
  - The same, but releasing the fixed temperature condition at the base, which should now be considered thermally insulated.
- 13.63. Se quiere estudiar la transmisión de calor entre un pequeño disco plano de radio  $R_1$  y un gran disco plano paralelo y coaxial, de radio  $R_2$  y a una distancia  $H$  del anterior, en el vacío. Para ello se va a considerar el recinto formado por las siguientes cuatro superficies: los dos discos 1 y 2, el anillo (superficie 3) en el plano del disco 1 que se extiende de  $R_1$  a  $R_2$ , y la banda cilíndrica lejana (superficie 4) que completa un recinto. Se quiere evaluar los resultados para  $R_1=0,1$  m,  $R_2=10$  m, y  $H=1$  m,  $T_1=300$  K,  $T_2=250$  K, y  $T_3=T_4=3$  K. Se pide:
- Factores de vista  $F_{12}$ ,  $F_{13}$ ,  $F_{14}$ , y  $F_{21}$ ,  $F_{23}$  y  $F_{24}$  (para el límite  $R_2/R_1 \gg 1$ , el factor de vista de 1 a 2 es  $F_{12}=\sin^2 \alpha=1/(1+(H/R_2)^2)$ , siendo  $\alpha$  el ángulo del semicono que abarca el disco 2 desde el 1).
  - Flujos radiativos e intercambio de calor entre 1 y 2 con el modelo de cuerpos negros.
  - Flujos radiativos e intercambio de calor entre 1 y 2 en el límite  $R_1 \ll R_2 \gg H$ , y ambos discos con emisividad  $\varepsilon=0,1$ .
  - Flujos radiativos e intercambio de calor entre 1 y 2 en el límite  $R_1=R_2 \gg H$ , y ambos discos con emisividad  $\varepsilon=0,1$ .
  - Plantear las ecuaciones para resolver el problema por el método de las exitancias, para el caso de superficies grises en el límite  $R_1 \ll H \ll R_2$  (i.e. sin tener en cuenta la superficie 4).
- 13.64. Find the steady temperature of a white ball (of  $\alpha=0.2$  and  $\varepsilon=0.8$ ) and a black ball (of  $\alpha=\varepsilon=0.9$ ), at sea level, and above the atmosphere, considered isothermal and exposed to solar radiation. In particular, find:
- Temperature on ground, surrounded by air at 15 °C with a natural convection coefficient of  $h=10$  W/(m<sup>2</sup>·K) and solar irradiance of 1000 W/m<sup>2</sup>.
  - Temperature in outer space, far from the Earth.
  - Steady temperature at 300 km altitude over the subsolar point.
  - Steady temperature at the opposite side of this LEO.
- 13.65. Consider a small appendage of a GEO satellite at equinox, consisting basically on an aluminium sphere 0.2 m in diameter and 1 mm thick. Find the temperature evolution, neglecting thermal interactions with the rest of the satellite.
- 13.66. Consider a spherical shell 0.1 m in diameter and 1 mm thick, made of titanium. Find:
- At what distance to the Sun would it reach its melting temperature, assumed isothermal.
  - What temperature would attain such a sphere, painted black, in the immediate proximity to the Sun.
  - To enhance the thermal model, consider two nodes for the sphere, and find the conductive and the radiative couplings, and the new temperatures at the previous locations.
  - Now consider the sphere in LEO at 300 km altitude, and find the temperature corresponding to its steady state at the subsolar point and at the opposite one.
- 13.67. Para evacuar 500 W de calor en una aplicación espacial, considérese un radiador R que sobresale del cuerpo del satélite B como se indica en la figura, donde se muestran las dimensiones transversales de R ( $L_x=0,5$  m,  $\delta=0,01$  m) y de B ( $L_y=0,25$  m). Suponiendo que la temperatura de R

se mantiene a 15 °C (con un flujo bifásico por su interior), que la de B va a ser 30 °C, que puede despreciarse el acoplamiento conductivo entre R y las paredes de B, que la emisividad de todas las superficies es  $\varepsilon=0,9$ , y que no queda a la vista de R ningún otro cuerpo, se pide:

- Factores de vista entre R y B, en el límite bidimensional (método de las cuerdas).
- Plantear el balance térmico del radiador, y calcular la anchura del radiador,  $L_z$ , necesaria para evacuar ese calor (empezar con el modelo de cuerpo negro).
- Intercambio radiativo de R y B.
- Ahora se va a considerar R dividido en dos mitades (la R0, próxima a la base, y la R1 más alejada). Plantear el balance térmico de cada parte de R.
- Determinar los nuevos factores de vista (en el límite bidimensional).

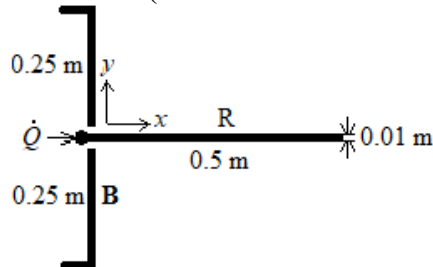


Fig. P-13.67. Esquema de perfil del radiador desplegado (R) y la pared vista del cuerpo (B), y dimensiones.

- Para un análisis térmico de un apéndice en un satélite geostacionario, se quiere estudiar el intercambio radiativo entre dos bandas semicilíndricas delgadas, paralelas y coaxiales, de relación de radios  $R_2/R_1=2$  e igual longitud  $L \gg R_2$ , estando la mayor (2) con su cara convexa (externa, 2e) apuntando al Sol, y la menor (1) con su cara convexa (externa, 1e) apuntando en dirección opuesta. Para el caso en que todas las superficies radien idealmente y sea  $R_1=20$  mm, se pide:
  - Factor de vista desde la cara interior de la banda 1 (1i) hacia la banda 2, por razonamiento deductivo basado en el álgebra de los factores de vista.
  - Factor de vista desde la cara exterior de la banda 1 (1e) hacia la banda 2, calculado por el método de las cuerdas.
  - Temperaturas que alcanzarían cada una de las bandas si no existiera la otra.
  - Plantear el balance térmico de la banda 2 (teniendo en cuenta la 1).
  - Si se obliga a que  $T_1=300$  K, calcular  $T_2$  y el valor de cada término del balance anterior.
  - Balance energético de la banda 1 en el caso anterior.
  - Temperaturas de ambas bandas en el caso de no forzar el valor de la temperatura de la banda 1.
- Considérese un globo estratosférico de 130 m de diámetro a 40 km de altitud sobre la base de [McMurdo](#) en Antártica (latitud  $\phi=-77,8^\circ$ ), en el solsticio iluminado. Del globo cuelga una barquilla de 2 m de diámetro a 60 m del globo. Suponiendo despreciable el efecto del aire (a esa altitud es  $p<0,3$  kPa), que el globo es blanco y la barquilla negra, se pide:
  - Calcular los factores de vista desde el globo a tierra, y desde la barquilla al globo y a tierra, así como la elevación del sol sobre el horizonte a mediodía y a medianoche, despreciando el efecto de las nubes.
  - Plantear el balance térmico estacionario del globo considerado isoterma, calculando las cargas térmicas suponiendo que en la Antártida el albedo es  $\rho_s=0,9$  y la emisión infrarroja terrestre por encima de la atmósfera es  $M=160$  W/m<sup>2</sup>.
  - Calcular la temperatura del globo.
  - Plantear el balance térmico estacionario de la barquilla considerada isoterma.
  - Calcular la temperatura de la barquilla.
- Este ejercicio es continuación del problema resuelto en [m11\\_p92](#) (“Se quiere estudiar el campo de temperaturas en un apéndice de un satélite geostacionario, cuyo modelo simplificado puede

aproximarse por una placa de aluminio A7075 de  $L_x L_y L_z = 300 \times 400 \times 1$  mm<sup>3</sup> doblada en ángulo recto a  $1/3$  de  $L_x$  y expuesta al sol por la cara menor como se muestra en la figura.”).

Se quiere ahora resolver el caso de 12 nodos indicado en la figura, i.e. calcular las 12 temperaturas representativas de los 12 trozos de chapa. Para ello se pide:

- Calcular todos los factores de vista entre las 12 caras ‘interiores’ de los parches (puede usarse la expresión dada en ‘*Perpendicular configurations/ Rectangle to rectangle*’ de la [Tabla](#)).
- Calcular el factor de vista desde la superficie 1 hasta el conjunto 2+3+5+6 y hasta toda la placa vista.
- Como comprobación, calcular el factor de vista entre el conjunto 1+4 y el conjunto 2+3+5+6 por dos métodos: 1° como combinación de los valores anteriores, y 2° con la expresión ‘*Perpendicular configurations / Square plate to rectangular plate*’ de la [Tabla](#).
- Plantear todas las ecuaciones nodales.
- Obtener las temperaturas en régimen estacionario con sol frontal.
- Calcular los coeficientes  $h$  en la expresión  $\dot{Q}_{i \rightarrow \infty} = h_i A (T_i - T_\infty)$  para cada parche, y comparar con la expresión dada en el apartado *f* de [m11\\_p92](#).

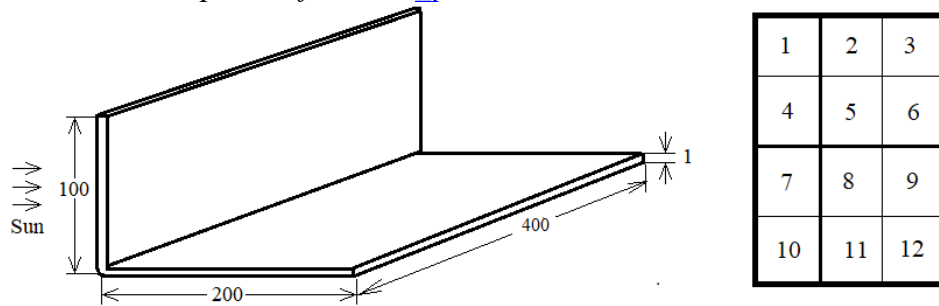


Fig. P-13.70. Dimensiones de la placa doblada, y numeración de los 12 trozos de 100·100 mm<sup>2</sup> considerados (1, 4, 7 y 10 están en el tramo vertical, iluminado).

- 13.71. The following thermal model is to be analysed for the thermal control of a spacecraft orbiting Venus at 500 km altitude in the ecliptic plane. The probe, spin stabilised, can be approximated by a cylindrical body 70 cm in diameter and 70 cm in height. Inside it, the platforms holding the instruments (zone A in Fig. 1) is approximated as a flat cylinder of 30 cm in height, 50 kg of mass, and 1000 J/(kg·K) of thermal capacity, with 100 W of continuous electrical dissipation. The outer cylindrical wall (zone B in Fig. 1), is 1 cm thick, has 5 kg of mass with the same specific thermal capacity, an effective thermal conductivity of 5 W/m·K), and is fully covered with solar cells. Two identical base plates (C in Fig. 1) close the cylinder at both ends; the properties of these panels are to be selected to solve the thermal requirement of the instrument zone being within the operational range of 0 °C to 50 °C. To start with the analysis, panels C can be modelled as honeycomb structures 5 mm thick, made of aluminium ribbon 0.1 mm thick, in hexagonal cells with 5 mm from side to side, covered by thin sheets painted black. All internal faces can be modelled as black-bodies, and the assemble A+B can be considered isothermal. To do:
- Find the external heat loads (solar, albedo and infrared) as a function of orbit position.
  - Find the thermal conductance between each plate C and the assembly A+B.
  - Find the view factors between all surfaces involved, and the radiative couplings between nodes.
  - Establish the nodal equations.
  - Find the steady temperatures at the sub-solar point.
  - Same as above but on the opposite point in the orbit.
  - Find the eclipse duration and compare it with the spacecraft relaxation time.
  - Find the temperature evolution along the orbit, in the periodic state.
  - Redesign the C panels if necessary.

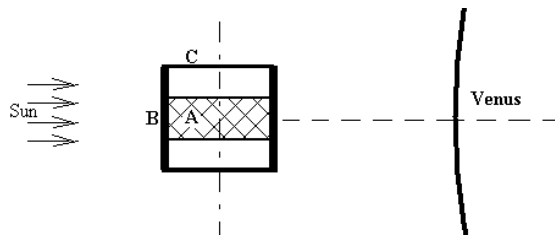


Fig. P-13.71. Sketch of the Venusian satellite at sub-solar point in a plane perpendicular to the orbital one.

- 13.72. Considérese un satélite esférico de 2,3 m de diámetro en una órbita terrestre de 300 km de altitud coplanaria con la dirección Sol-Tierra. Suponiendo que hay una generación térmica interna de 1 kW, que la temperatura del satélite pueda considerarse uniforme, y que sus propiedades termo-ópticas son  $\alpha=0,9$  y  $\varepsilon=0,9$ , se pide:
- Plantear el balance energético transitorio en un punto genérico de la órbita.
  - Carga térmica solar y temperatura estacionaria con sol pero sin efectos terrestres.
  - Factor de vista con la Tierra.
  - Carga por emisión planetaria.
  - Carga por albedo, y representación gráfica de su evolución (y de las demás cargas).
  - Temperatura estacionaria en el punto subsolar y en el opuesto.
  - Temperatura media correspondiente al valor medio orbital de las cargas térmicas.
  - Indicar cómo se calcularía la evolución periódica de la temperatura a lo largo de la órbita.
- 13.73. Considérese un objeto esférico negro de 0,1 m de diámetro a 250 km de altitud formando ángulo recto con el Sol y el centro de la Tierra, en enero. Se pide:
- Balance energético no estacionario.
  - Carga térmica solar.
  - Cargas térmicas planetarias.
  - Temperatura que alcanzaría si estuviese en estado estacionario en ese punto.
  - Indicar qué datos adicionales hacen falta para calcular la evolución de la temperatura a lo largo de una órbita perpendicular, y de otra órbita que contenga la dirección Sol-Tierra.
- 13.74. Considérese un disco delgado de 1 m de diámetro, pintado de blanco por ambas caras, y enfrentado al Sol en una órbita halo alrededor del punto de Lagrange posterior del sistema Sol-Tierra (SEL2, a  $1,5 \cdot 10^6$  km), sin interacción térmica más que con la radiación de fondo del Universo y el Sol (i.e. sin eclipses). Se pide:
- Temperatura de equilibrio del disco, y valor de los términos del balance energético
  - Detrás hay otro disco del mismo diámetro, pintado de negro por ambas caras, paralelo y concéntrico con el anterior, a una distancia de 0,1 m. Determinar las temperaturas de equilibrio de cada disco en el límite de discos muy próximos (con valores típicos de pintura negra).
  - Resolver el caso anterior con la separación finita dada.
  - Valor de cada término de los balances energéticos.
- 13.75. Considérese una caja cúbica hueca de 0,2 m de arista y 5 mm de espesor, en órbita geoestacionaria con el sol perpendicular a una de sus aristas simétricamente, pudiéndose despreciar el efecto de otros cuerpos. Para un primer análisis térmico, se va a suponer que todas las paredes son cuerpos negros, y que la conductividad térmica es  $20 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  en todas las direcciones. Se pide:
- Determinar la temperatura estacionaria suponiendo que la conductividad fuese dominante. Indicar el resultado que se obtendría si la conductividad fuese despreciable.
  - Considérese un modelo de tres nodos, siendo el nodo N1 la parte iluminada (las dos caras delanteras), el nodo N2 las dos caras traseras, y el nodo N3 las dos caras laterales. Plantear las ecuaciones nodales en el régimen transitorio.
  - Determinar el factor de vista entre dos caras opuestas, F12, y a partir del valor anterior, determinar el factor de vista entre dos caras adyacentes, F13.



- d) Con los valores anteriores, determinar el factor de vista entre los nodos N1 y N2, y entre los nodos N1 y N3.
- e) Determinar las temperaturas de los tres nodos antedichos, en régimen estacionario, despreciando la conductividad térmica en los bordes.
- f) Determinar las temperaturas de los tres nodos antedichos, en régimen estacionario, considerando la conductividad térmica en los bordes.
- 13.76. Considérese una caja cúbica hueca de 0,2 m de arista y 5 mm de espesor, en órbita geoestacionaria con el sol perpendicular a una de sus aristas simétricamente, pudiéndose despreciar el efecto de otros cuerpos. Para un primer análisis térmico, se va a suponer que todas las paredes son cuerpos negros, y que la conductividad térmica es 20 W/(m·K) en todas las direcciones. Se pide:
- a) Determinar la temperatura estacionaria suponiendo que la conductividad fuese dominante. Indicar el resultado que se obtendría si la conductividad fuese despreciable.
- b) Considérese un modelo de tres nodos, siendo el nodo N1 la parte iluminada (las dos caras delanteras), el nodo N2 las dos caras traseras, y el nodo N3 las dos caras laterales. Plantear las ecuaciones nodales en el régimen transitorio.
- c) Determinar el factor de vista entre dos caras opuestas,  $F_{12}$ , y a partir del valor anterior, determinar el factor de vista entre dos caras adyacentes,  $F_{13}$ .
- d) Con los valores anteriores, determinar el factor de vista entre los nodos N1 y N2, y entre los nodos N1 y N3.
- e) Determinar las temperaturas de los tres nodos antedichos, en régimen estacionario, despreciando la conductividad térmica en los bordes.
- 13.77. En un proyecto espacial, se pretende mantener un depósito de hidrógeno líquido (LH2), de modo pasivo sin pérdida de masa (i.e. sin vaporización), para lo cual se piensa situarlo detrás de un escudo radiativo que lo proteja del Sol y del resto de la nave (no se contemplan otros cuerpos). Considérese un depósito cilíndrico de 1,5 m de diámetro exterior y 5 m de longitud, a 0,25 m del escudo, que es un disco plano coaxial de 4,5 m de diámetro. El escudo estaría compuesto de varias capas aislantes y metalizadas, tal que la emisividad hacia el depósito puede suponerse  $\varepsilon=0,005$ . El depósito sería de 3 mm de espesor de aluminio A7075 (a 30 K su conductividad es  $k=40$  W/(m·K)), conteniendo LH2 a 1 MPa ( $T_{ELV}=31$  K), y llevaría una capa de 50 mm de espesor de espuma de poliuretano ( $k=0.007$  W/(m·K) en vacío) con un recubrimiento reflectante solar de propiedades  $\alpha=0,1$  y  $\varepsilon=0,9$ . Se estima que la unión estructural (tres tubos) del depósito con el resto de la nave introducirá una carga de 0,5 W por conducción térmica (se desprecian sus efectos radiativos). Se pide:
- a) Razonar cuánto valdría el factor de vista del depósito (completo) al parasol,  $F_{12}$ , en el caso límite de un parasol de diámetro mucho mayor que las dimensiones del depósito. Ya con las dimensiones dadas, razonar cuál será mayor,  $F_{12}$ , o  $F_{21}$ .
- b) Para determinar  $F_{12}$ , se va a calcular previamente los factores de vista de cada cara (base delantera, cara lateral, y base trasera) respecto al parasol. Determinar todos estos valores numéricos. Puede aproximarse el  $F_{11,2}$  (i.e. desde la superficie lateral de 1, al 2) por el factor de vista bidimensional de la sección recta.
- c) Con el modelo de cuerpos negros, plantear el balance energético general del depósito considerando toda su superficie exterior isoterma ( $T_1$ ), así como la del escudo ( $T_2$ ). Determinar  $T_1$  para mantener el régimen estacionario.
- d) Determinar  $T_2$  con el modelo anterior.
- e) Determinar  $T_2$  con las propiedades termo-ópticas reales dadas.
- f) Calcular la carga térmica máxima terrestre que recibiría el depósito si estuviese en órbita geoestacionaria.

- 13.78. Considérese una caja cúbica hueca de 0,2 m de arista y 1 mm de espesor, de Al-6061 anodizado en negro, en órbita geoestacionaria con el sol en la dirección que une vértices opuestos del cubo, pudiéndose despreciar el efecto de otros cuerpos. Se pide:
- Determinar la temperatura estacionaria suponiendo que la conductividad fuese dominante. Indicar el resultado que se obtendría si la conductividad fuese despreciable.
  - Considérese un modelo de dos nodos. Plantear las ecuaciones nodales en el régimen transitorio.
  - Determinar los factores de vista involucrados (puede hacerse a partir del de dos caras opuestas).
  - Determinar las temperaturas nodales en régimen estacionario despreciando la conductividad térmica en los bordes.
  - Determinar las temperaturas nodales en régimen estacionario considerando la conductividad térmica en los bordes.
- 13.79. Considérese una cáscara esférica de diámetro 0,2 m y 1 mm de espesor, de Al-6061 anodizado en negro, expuesta al sol en órbita LEO a 300 km en el punto subsolar. Se pide:
- Determinar las cargas térmicas externas y la temperatura estacionaria suponiendo que la conductividad fuese dominante. ¿Qué resultado se obtendría despreciando el efecto de la Tierra?
  - Calcular la temperatura en el punto alineado con el sol ( $0^\circ$ ), y a  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , en el caso de que la cáscara fuese de un material mal conductor y estuviese aislada radiativamente por el interior.
  - Considérese un modelo de dos nodos (hemisferios iluminado y posterior). Plantear las ecuaciones nodales en el régimen transitorio, y determinar los factores de vista involucrados.
  - Determinar las temperaturas nodales en régimen estacionario despreciando la conductividad térmica en los bordes.