



11. THERMAL AND MASS DIFFUSION

- 11.1. Determinar el flujo de calor y el perfil de temperatura en una pared plana compuesta de 10 cm de ladrillo de $k=0,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ y 1 cm de chapa de hierro de $k=50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, sabiendo que las temperaturas extremas son de 1200 K en el lado del ladrillo y de 300 K en el otro lado.
- 11.2. Determinar el flujo de calor y el perfil de temperatura en una pared plana compuesta que representa el suelo de una bodega de un buque frigorífico de 5 mm de hierro de espesor del casco, 10 mm de cámara de aire, 20 mm de espesor de madera, 30 mm de espesor de corcho y 1 mm de pared de cinc, sabiendo que el agua está a $10 \text{ }^\circ\text{C}$ y la bodega a $-20 \text{ }^\circ\text{C}$.
- 11.3. Una varilla cilíndrica de 1 cm de diámetro está rodeada de un baño térmico a $130 \text{ }^\circ\text{C}$. El material de la varilla, de $k=0,5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, está sufriendo un proceso reactivo que libera $10 \text{ W}/\text{cm}^3$. Determinar el perfil de temperatura.
- 11.4. Para mover un eje a 1000 rpm en un cojinete de fricción, de bronce, de 60 mm de agujero, 100 mm de diámetro exterior y 500 mm de ancho, se necesita un par de $10 \text{ N}\cdot\text{m}$ para vencer el rozamiento. Calcular:
- La potencia consumida.
 - El perfil de temperatura en función de la temperatura exterior.
- 11.5. Una aleta rectangular de aluminio tiene 5 mm de espesor, 50 mm de longitud y 100 mm de anchura. La temperatura en la raíz es de $130 \text{ }^\circ\text{C}$ y el coeficiente de convección con el aire atmosférico es $h=50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Determinar:
- El perfil de temperatura.
 - El flujo de calor.
 - El rendimiento de aleta.
- 11.6. Se trata de calcular el perfil de temperatura en una varilla de aluminio de 30 cm de longitud y 3 mm de diámetro, uno de cuyos extremos está en contacto con aceite hirviendo a $200 \text{ }^\circ\text{C}$, en una atmósfera a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ con la cual se estima que el coeficiente de convección térmica es de $15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Se pide:
- Establecer el balance energético de un trozo de varilla.
 - Determinar analíticamente el perfil de temperatura y el flujo total de calor.
 - Calcular la temperatura en el otro extremo y el flujo total de calor.
 - Generación de entropía
- 11.7. Para estudiar la influencia de la vestimenta sobre la transmisión de calor del cuerpo humano se propone el siguiente ejercicio. Determinar la masa de aislante necesario para mantener un cilindro vertical de 1,7 m de altura y 30 cm de diámetro a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ por encima de la temperatura ambiente, sabiendo que debe disipar 100 W, para los casos de lana ($k=0,05 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho=100 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) como modelo del pelo, y cuero ($k=0,15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho=1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) como modelo de la piel. Supóngase que la transmisión de calor en el aire puede variar desde $5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ hasta $100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ si hay viento.

- 11.8. La pared de un horno de tratamientos térmicos tiene una conductividad térmica $k=0,7 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, una densidad $\rho=1200 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, una capacidad térmica $c=1130 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ y 20 cm de espesor. Para un cierto proceso se necesita que la temperatura interior varíe cíclicamente entre $100 \text{ }^\circ\text{C}$ y $750 \text{ }^\circ\text{C}$ cada 3 horas. Se pide:
- Modelización del problema.
 - Amplitud de la variación de temperatura en la cara externa.
 - Retraso de la onda térmica.
- 11.9. Por un hilo de acero de resistividad eléctrica $\rho=7\cdot 10^{-7} \text{ }\Omega\cdot\text{m}$ y 1 mm de diámetro se hace pasar una corriente eléctrica de 2 A. El hilo está forrado de un aislante de 1 mm de espesor y $k=1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, y la convección con el aire atmosférico es de $h=5 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Se pide:
- Generación de calor por unidad de volumen.
 - Flujo radial de calor.
 - Perfil de temperaturas.
- 11.10. Se trata de dimensionar el aislamiento de un tanque de almacenamiento de gas natural licuado (GNL, $\rho_{GNL}=500 \text{ kg}/\text{m}^3$) de 20 000 toneladas de capacidad, a presión atmosférica, para que la vaporización por transmisión de calor desde el ambiente no supere el 0,04% por día. Para minimizar estas pérdidas se va a adoptar una forma cilíndrica de área mínima (de radio $R=(V/(2\pi))^{1/3}$, siendo V el volumen, que ha de ser un 20% mayor que el ocupado por el GNL). El aislante de la base es principalmente (aparte del soporte estructural) lana de vidrio de $k=0,04 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ y 70 cm de espesor, y el de las paredes y el techo es perlita de $k=0,03 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Se pide:
- Diferencia de temperatura entre el exterior y el interior.
 - Máximo flujo de calor admisible.
 - Flujo de calor por el suelo.
 - Espesor requerido de aislante en paredes y techo.
 - Repetir c) añadiendo el efecto de la vasija donde está realmente contenido el GNL, que es un vaso abierto de 50 cm de espesor de hormigón.
 - Repetir d) con el efecto del hormigón.
- 11.11. Una pared de hormigón de 0,5 m de espesor está en una atmósfera a 300 K y a partir de un cierto instante empieza a recibir una irradiación de $500 \text{ W}/\text{m}^2$ que absorbe en su totalidad. Se pide:
- Perfil de temperatura estacionario suponiendo que las pérdidas son por convección con $h=10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.
 - Perfil de temperatura estacionario suponiendo que las pérdidas son por convección con $h=10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ y por radiación como cuerpo negro.
 - Evolución del perfil de temperatura en régimen transitorio.
- 11.12. Considérese una fuente volumétrica de energía de intensidad $\phi=\phi_0\exp[\beta(T-T_0)]$ por unidad de volumen. Determinar bajo qué condiciones se alcanzaría un régimen estacionario cuando el contorno está a T_0 en los casos siguientes:
- Pared plana de espesor L y conductividad infinita y coeficiente de convección h .
 - Cilindro de radio R y conductividad infinita y coeficiente de convección h .
 - Esfera de radio R y conductividad infinita y coeficiente de convección h .
 - Pared plana de espesor L y conductividad k .
 - Cilindro de radio R y conductividad k .

f) Esfera de radio R y conductividad k .

- 11.13. El núcleo de un reactor nuclear consta de varillas cilíndricas de óxido de uranio de conductividad térmica $k=2 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ y 1 cm de diámetro, que liberan $10^8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-3}$ de energía nuclear, encapsuladas en una vaina cerámica de 2 mm de espesor y $k=20 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. El coeficiente de convección forzada con el agua es de $5 \text{ kW}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Determinar el perfil radial de temperatura en la varilla.
- 11.14. Se trata del estudio del perfil de temperatura en régimen periódico en un estanque de agua en reposo, en contacto con una atmósfera gaseosa cuya temperatura varía según la ley $T_\infty=T_m+\Delta T\sin(2\pi t/\tau)$, con $T_m=5 \text{ }^\circ\text{C}$ y un coeficiente de convección $h=10 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, en función de ΔT y τ . En particular, se desea conocer el ΔT mínimo para la formación de hielo en los casos $\tau=1$ hora, $\tau=1$ día y $\tau=1$ mes.
- 11.15. El modelo de transmisión de calor para el calentamiento de agua en una olla de aluminio sobre una placa de hierro (cocina) expuesta a la llama de un hogar es el siguiente. Se supone flujo unidimensional (vertical); la parte inferior del hierro se supone a $600 \text{ }^\circ\text{C}$, el espesor de hierro es de 5 mm y su conductividad $k=50 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; debido al mal contacto físico entre la placa y la olla, se supone que existe una capa de $50 \text{ }\mu\text{m}$ de aire ($k=0,02 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$) entre ellas; el espesor de aluminio de la olla es de 2 mm y su conductividad $k=200 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; el coeficiente de convección térmica con el agua, que está en ebullición con una temperatura lejos del fondo de $100 \text{ }^\circ\text{C}$, se supone que es de $4000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Se pide:
- Esquema del perfil de temperatura.
 - Cálculo del flujo unitario de calor.
 - Cálculo de las temperaturas intermedias.
 - Corrección correspondiente a tomar una dependencia de la forma $k/T^{1/2}=\text{cte}$ para la conductividad del aire.
- 11.16. Se trata de analizar el régimen estacionario de una instalación de agua caliente sanitaria que consta de un calentador, donde la corriente de agua recibe 20 kW, y de una tubería de 1 cm de diámetro y 10 m de longitud cuya transmitancia térmica global con el ambiente se supone que es $K=200 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ referido al área del tubo. Se pide:
- Temperatura de salida del calentador, T_1 (en función del gasto másico de agua).
 - Perfil de temperatura a lo largo del conducto.
 - Temperatura de salida del conducto, T_2 , (en función del gasto másico de agua).
 - Gasto másico que daría máxima temperatura de salida del conducto y valor de ésta.
 - Comentar la viabilidad y conveniencia del punto de trabajo anterior.
- 11.17. Estimar el tiempo que tardaría en evaporarse 1 cm de alcohol etílico en el fondo de un tubo de ensayo de 1 cm de diámetro exterior, 1 mm de espesor y 10 cm de altura. Datos: $D_i=10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $p_{\text{vapor}}=10 \text{ kPa}$, $\rho_{\text{liq}} = 790 \text{ kg}/\text{m}^3$.
- 11.18. En un cilindro vertical cerrado por ambos extremos y con una válvula intermedia (célula de Loschmidt), se ha dispuesto un gas ligero en la mitad superior y uno más pesado en la mitad inferior. Determinar la evolución del perfil de concentraciones al abrir la válvula que separa ambos gases.

- 11.19. Considérese una varilla de hierro de conductividad térmica $50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de $0,5 \text{ m}$ de longitud y 8 mm de diámetro en cuyos extremos hay sendas resistencias eléctricas, de tamaño despreciable, disipando 10 W cada una, y tómesese un valor medio para el coeficiente de convección con el aire ambiente, que está a $15 \text{ }^\circ\text{C}$, de $20 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. Se pide:
- Plantear la ecuación diferencial de la transmisión de calor unidimensional en un elemento de varilla.
 - Especificar las condiciones de contorno apropiadas.
 - Calcular el perfil de temperatura en la varilla.
- 11.20. Considérese una varilla suficientemente larga de hierro de conductividad térmica $50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ y 8 mm de diámetro en uno de cuyos extremos hay una resistencia eléctrica, de tamaño despreciable, disipando 10 W , y tómesese un valor medio para el coeficiente de convección con el aire de $20 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. Se pide:
- Plantear la ecuación diferencial de la transmisión de calor unidimensional a lo largo de la varilla.
 - Especificar las condiciones de contorno apropiadas.
 - Calcular el perfil de temperatura en la varilla.
 - Calcular la distancia a la que la temperatura de la varilla se diferencia menos de $2 \text{ }^\circ\text{C}$ de la ambiente, que es de $15 \text{ }^\circ\text{C}$
- 11.21. En un cable transportador de energía eléctrica se disipa $1 \text{ kW}/\text{km}$. El cable tiene 1 mm de diámetro y está aislado con $4,5 \text{ mm}$ de espesor de aislante de conductividad $0,1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Si el coeficiente de convección exterior es $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, calcular el perfil de temperaturas.
- 11.22. Una varilla de cobre de 4 mm de diámetro y 30 cm de longitud tiene encapsuladas en sus extremos sendas resistencias eléctricas que disipan 5 y 10 W respectivamente. Suponiendo que el coeficiente convectivo con el aire ambiente es de $10 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, se pide:
- Balance energético de un elemento infinitesimal de varilla.
 - Condiciones de contorno en los extremos.
 - Perfil de temperaturas.
 - Posición de la sección de mínima temperatura.
- 11.23. Una ventana está compuesta de dos láminas de vidrio de 5 mm de grosor separadas por una cámara intermedia de aire de 6 mm de espesor. El cerco de la ventana tiene un ancho de 8 cm y puede asimilarse a una placa de aluminio de 16 mm de espesor, según indica la figura. Las dimensiones exteriores totales de la ventana, incluido el cerco, son $1,8 \text{ m}$ de alto y $1,2 \text{ m}$ de ancho. Las temperaturas ambientes a ambos lados de la ventana son $0 \text{ }^\circ\text{C}$ y $20 \text{ }^\circ\text{C}$, siendo los coeficientes de convección 100 y $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ respectivamente. Se pide:
- El calor total que se pierde a través del vidrio, esquematizando el perfil de temperaturas.
 - El calor total que se pierde a través del cerco, esquematizando el perfil de temperaturas.
 - El calor total que se perdería si se sustituye el cerco de aluminio macizo por dos placas de aluminio de 5 mm cada una separadas por una placa aislante de 6 mm de espesor y $0,1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad.

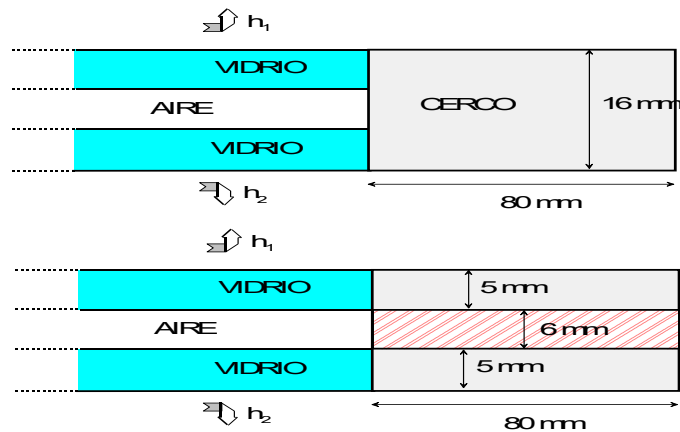


Fig. P-11.23.

- 11.24. Entre dos bloques metálicos a temperatura ambiente (300 K) hay una varilla de latón de 5 mm de diámetro y 50 cm de longitud en cuyo interior se disipan 2 MW/m^3 , estando en régimen estacionario en presencia de una corriente de aire con la que se supone que existe un coeficiente global de convección de $50 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Se pide:
- Potencia total disipada.
 - Temperatura que alcanzaría la varilla si la transmisión de calor por los extremos fuese despreciable.
 - Balance energético de un elemento genérico (lineal) de varilla.
 - Perfil de temperatura a lo largo de la varilla, indicando los valores extremos.
 - Potencia transmitida al aire.
 - Estimar la diferencia máxima de temperaturas entre el centro y la periferia de una sección transversal de la varilla.
 - Variación de entropía con el tiempo y generación de entropía para cada sistema
- 11.25. Para estimar la influencia de la profundidad de inmersión en la lectura que da un termómetro se propone el siguiente modelo. Una varilla maciza de 3 mm de diámetro, 30 cm de longitud y $1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ de conductividad, se encuentra verticalmente sumergida una fracción a de su longitud en un líquido a $40 \text{ }^\circ\text{C}$ con el que la transmisión de calor se supone constante y de valor $h_1=50 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$, estando el resto al aire, que está a $15 \text{ }^\circ\text{C}$ y con el que la transmisión de calor se supone constante y de valor $h_2=5 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Se pide:
- Balance energético de un elemento diferencial lineal de varilla.
 - Condiciones de contorno que permiten determinar el perfil de temperatura de la varilla.
 - Temperatura en el extremo inferior en función de a .
- 11.26. Una varilla de aluminio de 5 mm de diámetro y 30 cm de longitud, curvada en forma de semicircunferencia, tiene sus extremos apoyados en un bloque metálico muy buen conductor, que está a $100 \text{ }^\circ\text{C}$. En el interior de la varilla se disipa uniformemente una potencia de 2 MW/m^3 y está en régimen estacionario en presencia de una corriente de aire ambiente con la que se supone que existe un coeficiente global de convección $h=50 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$. Se pide:
- Balance energético de un elemento genérico (lineal) de varilla.
 - Perfil de temperatura a lo largo de la varilla suponiendo $h=0$, indicando los valores extremos.
 - Perfil de temperatura a lo largo de la varilla, indicando los valores extremos.
- 11.27. Se almacena nitrógeno líquido a presión ambiente en un tanque esférico de acero inoxidable de conductividad $20 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, de 0,5 m de diámetro exterior y 3 mm de espesor. El aislamiento exterior del tanque es una capa de 25 mm de espesor de polvo de sílice aglomerado de

conductividad $0,0017 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. El aire ambiente está a 300 K y el coeficiente de convección entre la esfera y el aire exterior se estima en $20 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. Se pide:

- a) Determinar la temperatura interior.
 - b) Calcular la transferencia de calor al nitrógeno.
 - c) Calcular el flujo de nitrógeno perdido por evaporación.
- 11.28. En contacto con dos bloques metálicos separados 50 cm y a temperatura ambiente de 300 K hay una varilla de aluminio de 5 mm de diámetro en cuyo interior se disipa uniformemente una potencia de $2 \text{ MW}/\text{m}^3$, estando en régimen estacionario en presencia de una corriente de aire con la que se supone que existe un coeficiente global de convección h . Se pide:
- a) Balance energético de un elemento genérico (lineal) de varilla.
 - b) Perfil de temperatura a lo largo de la varilla, indicando los valores extremos, suponiendo $h=0$.
 - c) Variación de entropía con el tiempo y generación de entropía para cada sistema.
 - d) Perfil de temperatura a lo largo de la varilla, indicando los valores extremos, suponiendo $h=50 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.
- 11.29. Estimar el tiempo que tardaría en evaporarse una gota de agua de 0.1 mm de diámetro en presencia de aire ambiente a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ y 50% de humedad.
- 11.30. Considérese un muro grueso de hormigón inicialmente a $15 \text{ }^\circ\text{C}$ y que a partir de un cierto instante se mantiene una de sus caras a 250 K . Se pide:
- a) Estimar el tiempo que se tardaría en bajar por debajo de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ a una profundidad de 1 cm
- 11.31. Considérese una gruesa capa de agua líquida inicialmente a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ y que a partir de un cierto instante se mantiene una de sus caras a $-50 \text{ }^\circ\text{C}$ (problema de Stefan). Se pide:
- a) Encontrar la solución de semejanza que resuelve el problema.
 - b) Estimar el tiempo que tardaría en formarse una costra de hielo de 1 cm
 - c) Perfil de temperaturas en ese instante.
- 11.32. Una varilla cilíndrica de aluminio de 5 mm de diámetro y 1 m de longitud tiene permanentemente uno de sus extremos a 450 K . Una fracción λ de su longitud medida desde dicho extremo está perfectamente aislada por su exterior mediante una funda. El coeficiente convectivo con el aire ambiente, que está a 288 K , vale $15 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. El otro extremo de la varilla se mantiene a 350 K . Se pide, en función de λ :
- a) Ecuación diferencial y condiciones de contorno que determinan la distribución de temperaturas.
 - b) Esquematizar el perfil esperado de temperaturas de la varilla.
 - c) Indicar cómo se calcularía la potencia térmica total consumida para mantener el estado estacionario.
 - d) La temperatura del final de la funda.
- 11.33. Un tubo de acero inoxidable de diámetro interior 25 mm y 6 mm de espesor está perfectamente aislado por su exterior. El tubo transporta agua a $5 \text{ }^\circ\text{C}$ respecto a la que el coeficiente de convección se estima en $h=1600 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. El material del tubo genera energía uniformemente a razón de $2\cdot 10^7 \text{ W}/\text{m}^3$. Asumiendo que el flujo de calor es exclusivamente radial y el régimen permanente, se pide:
- a) Ecuación diferencial del campo de temperaturas en el tubo.
 - b) Detallar las condiciones de contorno aplicables.
 - c) Temperaturas de las caras interior y exterior del tubo.

- 11.34. Una varilla de cobre desnudo de 5 mm de diámetro y 1200 mm de longitud tiene una temperatura superficial expresable en función de la distancia x a un extremo por la ecuación:

$$T = 100 \sin \frac{\pi x}{1200} + \frac{\pi}{4}$$

cuando T se mide en K y x en mm. La varilla se encuentra rodeada de aire a 25 °C con un coeficiente de convección que se estima en 7 W/(m²·K). El régimen se supone permanente y no se considera la influencia de la radiación. Se pide:

- Puntos de la varilla en los que el flujo de calor transferido por conducción es máximo o mínimo.
 - Puntos de la varilla en los que el flujo de calor transferido por convección es máximo o mínimo.
 - Aporte energético a realizar a cada elemento de la varilla en función de x .
- 11.35. Se trata de obtener soluciones (principales) de la ecuación del calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T$$

es decir, sin considerar las condiciones de contorno (se aplica a deposiciones instantáneas).

- Demostrar que

$$u(r, t) = \frac{\exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right)}{4\pi at^{\frac{n+1}{2}}}$$

es solución para $n=0$ (plana), $n=1$ (cilíndrica), y $n=2$ (esférica).

- Demostrarlo mediante el cambio $u(x, y, z, t) = X(x, t)Y(y, t)Z(z, t)$.
 - Obtener soluciones con el cambio $r = \chi \cdot \sqrt{4at}$.
- 11.36. Considérese la difusión plana de energía térmica y de una especie química a través de un medio de espesor L , manteniendo en régimen estacionario los extremos en valores constantes. Se pide:
- Ecuación y condiciones de contorno en cada caso.
 - Solución analítica.
 - Aplicación numérica para $L=1$ cm, siendo el medio aire y la especie vapor de agua evaporándose desde una superficie líquida.
- 11.37. En un cierto instante, t_0 , el perfil de temperaturas unidimensional, en una pared plana de un material de propiedades constantes, viene dado por una función $T(x)$. Se pide:
- Establecer la ecuación de la transmisión de calor sin fuentes ni sumideros de energía e indicar qué restricciones impone sobre la función $T(x)$.
 - Establecer la ecuación de la transmisión de calor con fuentes y sumideros de energía e indicar qué restricciones impone sobre la función $T(x)$ en el estado estacionario.
 - ¿Qué tipo de perfil de temperatura se daría si en la pared tuviera lugar una reacción química que liberase energía térmica en cantidad proporcional a la temperatura local? ¿Sería posible el régimen estacionario?

- 11.37bis. En un instante dado, el perfil de temperaturas $T(x)$ en una pared plana de conductividad k y espesor L , viene dado por: $(T(x) - T_1)/(T_2 - T_1) = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^3$, donde C_1 , C_2 y C_3 son constantes a determinar, T_1 y T_2 son las temperaturas en las caras exteriores de la pared y x se mide hacia adentro desde la cara que está a T_1 . Se pide:

- a) Si no se consideran fuentes ni sumideros internos de energía, ¿es posible que en un instante dado sean todas las constantes distintas de cero (explicándolo)?
- b) Si se consideran fuentes y sumideros internos de energía, ¿cómo ha de variar su intensidad para que ese estado sea estacionario?
- c) Si se considera una generación de energía nula en el centro y decreciendo linealmente desde un valor dado en los extremos, ¿cómo variaría la temperatura?

11.37ter. Se trata de determinar el estado térmico estacionario y unidimensional de una chapa, un cilindro y una esfera, con temperatura prescrita en el exterior (y aislada térmicamente por el otro lado para la chapa), cuando tiene lugar en ella una reacción que disipa una energía proporcional a la temperatura local.

11.38. En un catálogo se dice que haciendo circular agua a $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ por un tubo de cobre de 28 mm de diámetro con aletas de aluminio de 1 mm de espesor cuya diámetro exterior es de 88 mm, coaxiales y espaciadas uniformemente 9 mm, se consigue transferir más de 500 W por metro de 'radiador' al aire ambiente (se trata de la calefacción de un autobús con el agua caliente del motor, y se tomar $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ para la temperatura del aire y $10\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ de coeficiente de convección natural). Se pide:

- a) Hacer un esquema del radiador y calcular la potencia térmica si no hubiera aletas.
- b) Para no tener que resolver el problema de la aleta circular, considérese el problema de una aleta plana de longitud la de la circunferencia interior y calcúlese el calor que fluiría por la raíz de la aleta.
- c) Para no tener que resolver el problema de la aleta circular, considérese el problema del disco isoterma y calcúlese el calor que fluiría por la raíz de esa aleta 'superconductora'.
- d) Resolver el problema de una aleta circular analíticamente.
- e) Resolver numéricamente la aleta circular y calcular la potencia térmica por metro de radiador.

11.39. Se quiere estimar la potencia necesaria para el sistema de desescarche de la ventana trasera de un coche (luneta térmica), pensando que se trata de una resistencia eléctrica muy fina embebida entre dos láminas de vidrio de 2 mm (cada una) y $0,6\text{ m}^2$ de área (modelo unidimensional). Supóngase que la temperatura en el interior es $17\text{ }^{\circ}\text{C}$, y la del exterior es $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$, que el vidrio tiene $k=1,4\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ y que los coeficientes convectivos son de $7\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ para el aire interior y $40\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ para el exterior. Se pide:

- a) Esquema del perfil de temperaturas en régimen estacionario a través de la ventana, antes de conectar la resistencia, calculando las temperaturas de pared y el flujo de calor.
- b) Esquema del perfil de temperaturas en régimen estacionario a través de la ventana, después de conectar la resistencia, y balance energético de la resistencia eléctrica.
- c) Calcular las temperaturas de pared, el flujo de calor, y la potencia de la resistencia, suponiendo que no hay transmisión de calor con el interior, y despreciando el efecto de la escarcha.

11.40. Se tiene un depósito esférico de aluminio de 5 mm de espesor y 0,5 m de diámetro interior lleno de oxígeno líquido a 1 MPa. El depósito está aislado por una capa de 0,2 m de lana de vidrio, recubierto por una lámina de plástico de 3 mm de espesor y $0,2\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad, estimándose los coeficientes de convección en el líquido y en el aire ambiente en $200\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ y $10\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, respectivamente. Se pide:

- a) Hacer un esquema del perfil de temperatura esperado en régimen estacionario, y estimar el orden de magnitud del calor transmitido (suponiendo paredes de pequeño espesor, geometría plana, etc.).

- b) Para un elemento diferencial radial genérico de aislante, plantear el balance energético no estacionario de la cáscara esférica, e integrar para el caso estacionario.
- c) Calcular la cantidad de oxígeno que habría que evacuar para mantener la presión.
- 11.41. Un circuito integrado en una pastilla de silicio de $50 \cdot 50 \cdot 5 \text{ mm}^3$ (antiguo modelo de procesador Pentium) ha de disipar hasta 30 W sin que su temperatura supere los $75 \text{ }^\circ\text{C}$, para lo cual, se piensa instalar un ventilador en sus proximidades. Considérese una temperatura ambiente de $25 \text{ }^\circ\text{C}$, y un coeficiente convectivo $h = a + b\sqrt{v}$ en función de la velocidad del aire, v , con h en $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ si $a=10$, $b=15$ y v en m/s . Se pide:
- a) Plantear el balance energético de la pastilla en régimen no estacionario y estacionario, determinando la temperatura que se alcanzaría sin ventilador y la velocidad necesaria para cumplir el requisito.
- b) Estimar la diferencia de temperatura entre las caras mayores de la pastilla, suponiendo que la disipación tuviese lugar justo en una de ellas (modelo epitaxial).
- c) Estimar la diferencia de temperatura entre las caras mayores y el centro de la pastilla, suponiendo que la disipación tuviese lugar uniformemente en todo el volumen (modelo volumétrico).
- 11.42. Considérese un cable eléctrico de aluminio, de 300 mm^2 de sección, con una disipación térmica por efecto Joule uniforme en toda su sección. El cable está protegido con un aislante de $4,5 \text{ mm}$ de espesor y $0,05 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ de conductividad térmica, cuyas temperaturas interior y exterior, en régimen estacionario, se miden y son de $90 \text{ }^\circ\text{C}$ y $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Se pide:
- a) Hacer un esquema del perfil de temperaturas esperado.
- b) Establecer el balance energético para un elemento tubular genérico de aislante (de espesor diferencial y longitud unitaria).
- c) Establecer el balance energético para un elemento tubular genérico del cable de aluminio (de espesor diferencial y longitud unitaria).
- d) Potencia disipada por unidad de longitud y temperatura en el eje.
- 11.43. Una varilla maciza de aluminio de 5 mm de diámetro y 25 cm de longitud, se ha doblado en U como se indica en la figura, quedando los extremos iguales de 5 cm de longitud, los cuales se sumergen en sendos baños de agua hirviendo y hielo fundente. La parte horizontal de la varilla se ha recubierto de una lámina de plástico de 1 mm de espesor y de conductividad $0,1 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, y se estima que el coeficiente de convección con el aire ambiente es de $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Se pide:
- a) Hacer sendos esquemas (axial y radial) de los perfiles de temperatura esperados, a lo largo de la varilla y transversalmente.
- b) Para un elemento diferencial axial genérico de varilla de espesor dx , plantear el balance energético no estacionario.
- c) Plantear la ecuación diferencial y las condiciones de contorno del problema estacionario, e indicar la solución.
- d) Suponiendo despreciables las pérdidas al aire, calcular el gasto de hielo que irá fundiendo (se recogería para medirlo a través de una abertura no mostrada en la figura).

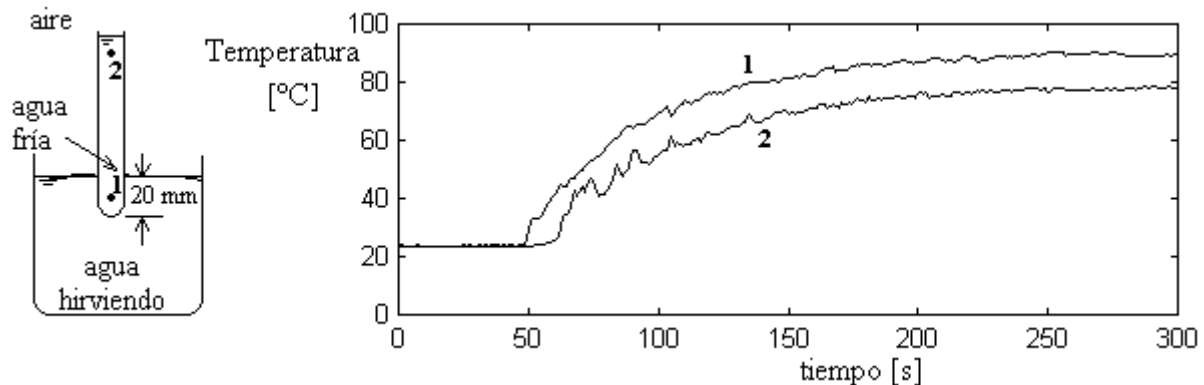


Fig. P-11.43.

- 11.44. En una esfera de 17 cm de diámetro hay una disipación volumétrica uniforme de energía de 26 W en total. La esfera está contenida en una funda de 4 mm de espesor y $1,2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad. Suponiendo que el coeficiente convectivo con el aire exterior, que está a $15 \text{ }^\circ\text{C}$, es de $15 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, y que la esfera interior tiene $0,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad, se pide:
- Hacer un esquema del perfil de temperaturas esperado en el régimen estacionario.
 - Plantear el problema para poder determinar los valores de las temperaturas.
 - Temperatura de la cara más externa.
 - Temperatura de la cara intermedia.
 - Temperatura en el centro.
- 11.45. Se desea estimar el tiempo que podrían permanecer frías 10 latas de refresco de 33 cL en una nevera portátil que exteriormente mide $0,5\cdot 0,4\cdot 0,3 \text{ m}^3$, usando 5 kg de cubitos de hielo inicialmente a $-10 \text{ }^\circ\text{C}$. La nevera está formada por un cajón interior de plástico duro (ABS) de 3 mm de espesor y $\rho=1100 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c_p=1500 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ y $k=0,3 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, un espesor de 25 mm de aislante de poliuretano expandido de $\rho=30 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c_p=1100 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ y $k=0,03 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, y otro cajón exterior de plástico similar al interior. Se pide:
- Estimar el consumo de hielo para enfriar las latas desde una temperatura ambiente de $30 \text{ }^\circ\text{C}$.
 - Estimar el consumo de hielo para enfriar la nevera, suponiendo que es del orden del de enfriar sólo el plástico interior.
 - Estimar el flujo de calor por las paredes, suponiendo unos coeficientes convectivos medios de $100 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ y $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ en el interior y el exterior, respectivamente.
 - Estimar el tiempo en que se gastaría todo el hielo.
- 11.46. Considérese el estado casi-estacionario de la transmisión de calor en un vaso cilíndrico de 30 mm de radio exterior, 2 mm de espesor de vidrio, y 160 mm de altura, conteniendo 200 cm^3 de agua a $85 \text{ }^\circ\text{C}$ en aire a $25 \text{ }^\circ\text{C}$. Se pide:
- Determinar las temperaturas interior y exterior del vidrio tomando unos coeficientes convectivos de $500 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ y $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, respectivamente.
 - Determinar el flujo de calor total a través de la pared lateral bañada.
 - Determinar la temperatura en el borde superior, aplicando la teoría de aletas a la lámina de vidrio no mojada, suponiendo un valor de $80 \text{ }^\circ\text{C}$ en la raíz y el coeficiente convectivo dado anteriormente para el aire.
 - Determinar el flujo de calor total hacia la parte superior por el vidrio.
- 11.47. Considérese una nevera antigua consistente básicamente en un cajón de madera de pino de 4 cm de espesor y dimensiones exteriores de $1,7\cdot 0,6\cdot 0,6 \text{ m}^3$, que funciona simplemente depositando en su interior barras de hielo de $0,4\cdot 0,2\cdot 0,15 \text{ m}^3$ cada cierto tiempo. Supóngase que los coeficientes convectivos entre el aire y las paredes interior y exterior son de $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. La transmisión de calor del aire al hielo se modelizará suponiendo una temperatura superficial de $0 \text{ }^\circ\text{C}$, un área media, y un coeficiente convectivo de $100 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, para estudiar el problema en régimen estacionario, con $30 \text{ }^\circ\text{C}$ de temperatura ambiente exterior. Se pide:
- Calcular la temperatura media del aire interior y el calor a evacuar.
 - Determinar cada cuanto tiempo hay que meter otra barra de hielo.
 - Calcular la masa de agua disuelta en el aire encerrado, suponiéndolo saturado.
- 11.48. En la figura se muestra el esquema de la instalación y el resultado del experimento siguiente. En un baño de agua hirviendo, se sumerge 2 cm un tubo de ensayo de 10 cm de altura, 10 mm de diámetro interior y 1 mm de espesor, de vidrio pyrex, lleno de agua del tiempo (dejando un

par de milímetros libres para evitar el rebose en la dilatación). Se desea predecir dicho resultado experimental con un modelo sencillo, para lo cual se pide:

- A la vista del resultado, justificar las diferencias entre T_1 y T_2 : a1) por qué arranca T_2 después de T_1 , a2) por qué T_1 no alcanza el punto de ebullición; a3) por qué el agua más caliente (que debería flotar) es la del fondo del tubo y no la de arriba.
- Establecer el balance energético del agua del tubo en régimen transitorio y en estacionario, considerando que toda el agua del tubo tiene la misma temperatura (una media entre T_1 y T_2 en la figura) y despreciando el efecto de la superficie libre.
- Representar esquemáticamente los flujos de calor de entrada y de salida del tubo, y calcular el flujo de calor por unidad de área a través del vidrio al principio. Para ello, tórnense los valores orientativos: $20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ para la convección natural en aire, $500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ para la convección natural en el agua del tubo y $3000 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ para el agua hirviendo.
- Establecer la transmisión de calor estacionaria a través de todo el vidrio (despréciase el efecto de la superficie libre), para determinar la temperatura media del agua del tubo.
- Estimar el tiempo que tardaría en alcanzarse el régimen estacionario como cociente entre el calor necesario y el flujo de calor inicial, y compararlo con el resultado experimental.



Medida de temperaturas en los puntos 1 y 2 durante el ensayo de inmersión parcial del tubo con agua.

- Una varilla de aluminio de sección cuadrada de 5 mm de lado y 1 m de longitud se mantiene con sus extremos a 600 K y 400 K respectivamente. La varilla tiene perfectamente aislados exteriormente los 25 cm finales del extremo más caliente, estando el resto de la varilla desnudo. El coeficiente convectivo con el aire circundante, que está a 300 K, se estima en $20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Asumiendo condiciones de flujo de calor unidimensional y régimen permanente, se pide:
 - Hacer y explicar un esquema del perfil de temperaturas esperado.
 - Calcular la temperatura de la sección transversal central del tramo aislado.
 - Calcular la temperatura de la sección transversal central de la varilla.
 - Calcular la temperatura superficial mínima de la varilla y la posición en que se produce.
- Un pequeño soporte tronco-cónico de cobre de 5 cm de longitud, une dos superficies metálicas, una a 300 K en contacto con la cara pequeña, que tiene 1 cm de diámetro, y la otra a 400 K en contacto con la cara grande, que tiene 3 cm de diámetro. Suponiendo flujo unidimensional, estacionario, y despreciando las pérdidas laterales, se pide:
 - Hacer un esquema del perfil de temperatura esperado.
 - Plantear el balance energético de una rodaja infinitesimal de soporte.
 - Determinar la temperatura en la sección intermedia.
 - Determinar el flujo de calor a través del soporte.

- 11.51. En días despejados de verano y a las horas de máxima irradiación solar ($i=1000 \text{ W/m}^2$) es frecuente que no podamos caminar descalzos por la parte seca de la playa sin exponernos a quemaduras en los pies. Como confirmación de lo anterior, en un día con el aire a $32 \text{ }^\circ\text{C}$, y sabiendo que a una profundidad de 90 cm ya hay arena húmeda en equilibrio térmico con el agua de mar, que está a $18 \text{ }^\circ\text{C}$, se pide estimar la temperatura de la arena superficial seca en esa zona ($k=0,6 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$) suponiendo que tiene una absorptancia $\alpha=0,6$ y en las siguientes condiciones:
- Con el aire en calma ($h=20 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$) y con brisa suave ($h=100 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$), sin tener en cuenta la radiación de la propia arena.
 - En las mismas dos condiciones anteriores, pero teniendo en cuenta la radiación de la propia arena, y suponiendo que su emisividad es $\varepsilon=0,8$.
 - Comentar la influencia de h y ε en los resultados obtenidos.
- 11.52. Una chapa de acero de 1 mm de espesor, 50 mm de anchura y 150 mm de longitud, en posición horizontal, recibe una energía neta de 1 kW/m^2 en su cara superior, mientras que por la opuesta está en contacto con un fluido cuya temperatura lejana es de $15 \text{ }^\circ\text{C}$, estimándose en $50 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ su coeficiente convectivo. Suponiendo que los dos lados más pequeños se mantienen permanentemente a $0 \text{ }^\circ\text{C}$, y que los otros dos lados están térmicamente aislados, se pide:
- Hacer un esquema, lo más simplificado posible, donde se muestre el campo de temperaturas esperado.
 - Plantear el balance energético de un elemento diferencial de la placa, apropiado.
 - Determinar la temperatura máxima suponiendo que la solución va a ser de la forma $T(x)=T_{\max}-ax^2$ (determinando previamente el coeficiente a para las condiciones de contorno dadas).
 - Flujo de calor a través de los lados a $0 \text{ }^\circ\text{C}$.
- 11.53. Considérese una tarjeta electrónica de $100\cdot 150\cdot 1 \text{ mm}^3$, hecha de fibra de vidrio laminada con epoxy ($k=0,25 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$), con unos componentes que disipan 5 W en total y que se supondrán uniformemente distribuidos. Sabiendo que la tarjeta se va a empotrar por los dos lados mayores en zócalos buenos conductores del calor, que se supone que van a estar a $30 \text{ }^\circ\text{C}$, se pide:
- Hacer un esquema del perfil de temperatura esperado.
 - Determinar la temperatura máxima que se alcanzaría en la tarjeta despreciando tanto las pérdidas al aire ambiente dentro de la caja electrónica donde va situada, como la radiación térmica (i.e. disipación sólo por conducción hacia los zócalos).
 - Determinar el espesor que ha de tener un recubrimiento de cobre por una cara de las de $10\cdot 15 \text{ cm}^2$ para que la temperatura máxima no supere en más de $40 \text{ }^\circ\text{C}$ la de los zócalos, en el caso anterior.
- 11.54. Se trata de estudiar la difusión de masa a través de la pared de un globo lleno de nitrógeno en aire. Los datos son: globo de $0,5 \text{ m}$ de diámetro y $0,01 \text{ mm}$ de espesor, lleno de nitrógeno puro, en presencia de aire, todo a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ y 100 kPa (se supone que la fuerza elástica es despreciable). Las solubilidades del N_2 y del O_2 en la goma son $K_{\text{H,N}}=c_{i,\text{sol}}/c_{i,\text{gas}}=0,04$ y $0,08$, respectivamente, y los coeficientes de difusión másica $150\cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$ y $210\cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{s}$, respectivamente. Se pide:
- Perfil de concentraciones de N_2 y de O_2 .
 - Flujos difusivos iniciales.
 - Evolución con el tiempo de la presión, si se mantuviese el volumen constante.

- 11.55. Estimar el tiempo que tardaría en evaporarse una gota de agua de 0,1 mm de diámetro inyectada en una corriente de aire con 10 g/kg de vapor de agua, a 1000 °C y 100 kPa.
- 11.56. Estimar el tiempo que tardaría en disolverse una burbuja de CO₂ de 1 mm de diámetro en agua pura a presión atmosférica y 0 °C (y a 50 °C), sabiendo que la difusividad del CO₂ en agua a 25 °C es de $2,4 \cdot 10^{-9}$ m²/s y la solubilidad es $c_{i,liq}/c_{i,gas}=1,8$ a 0 °C y $c_{i,liq}/c_{i,gas}=0,5$ a 50 °C.
- 11.57. Con el fin de medir la conductividad térmica k de un material, se toma una muestra cilíndrica de 3 cm de diámetro y 10 cm de longitud, dentro de una funda lateral de aluminio de 1 mm de espesor, con bases aislantes, y se dispone en el eje un elemento calefactor de 2 mm de diámetro que disipa 20 W/m. Sabiendo que en el elemento calefactor se alcanzan 50 °C cuando el conjunto está en régimen estacionario en un ambiente a 15 °C, se pide:
- Hacer un esquema del perfil de temperatura esperado.
 - Plantear los balances energéticos para dos elementos interfaciales, a ambos lados de la muestra.
 - Valor de k suponiendo un coeficiente convectivo con el aire ambiente de 10 W/(m²·K) o de 20 W/(m²·K).
 - Valor de k suponiendo que el ambiente es agua con un coeficiente de 200 W/(m²·K) o de 500 W/(m²·K).
 - Estimar el tiempo que se tardaría en alcanzar el régimen estacionario.
- 11.58. Considérese una plancha de madera de pino de 12 mm de espesor, expuesta al aire ambiente a 300 K con coeficiente convectivo $h=15$ W/(m²·K), que a partir de un cierto instante recibe una irradiancia de 1 kW/m² por la cara superior. Se pide:
- Determinar el estado térmico al que tiende.
 - Estimar el tiempo de relajación.
 - Calcular el proceso transitorio.
- 11.59. Una lámina de aluminio de $1 \cdot 20 \cdot 400$ mm³ en régimen estacionario, tiene uno de los lados de $1 \cdot 20$ mm² mantenido a 300 °C, el otro a 100 °C, y el resto en contacto con aire ambiente a 15 °C con el que puede suponerse un coeficiente convectivo de 20 W/(m²·K). Se pide:
- Hacer un esquema del campo de temperaturas esperado.
 - Plantear las ecuaciones que determinan el perfil de temperatura.
 - Ajustar con una función cuadrática el perfil de temperatura, y determinar el valor mínimo.
 - Sabiendo que la solución con un extremo empotrado y el otro libre es $\theta = \cosh(m(L-x))/\cosh(mL)$, resolver el problema por yuxtaposición de soluciones.
- 11.60. Considérese una lámina de cobre de $1 \cdot 20 \cdot 400$ mm³ inicialmente a 300 K. A partir de un instante dado, se obliga a que las bases de $1 \cdot 20$ mm² se mantengan a 400 K, mientras el resto sigue en contacto con aire ambiente a 300 K con el que puede suponerse un coeficiente convectivo de 20 W/(m²·K). Se pide:
- Hacer un esquema del campo de temperaturas esperado.
 - Plantear las ecuaciones diferenciales que determinan el perfil de temperatura en régimen estacionario.
 - Tómense elementos de $1 \cdot 20 \cdot 50$ mm³ y, por el método de diferencias finitas, asígnense los nodos apropiados, estableciendo los balances energéticos nodales.
 - Determinar por diferencias finitas la evolución térmica.

- 11.61. Considérese una varilla de aluminio de 5 mm de radio y 0,5 m de longitud, por uno de cuyos extremos entra un flujo de calor de 5 W, en régimen estacionario, estando el resto rodeado de un fluido a 15 °C con el que se estima un coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K). Se quiere estudiar el efecto de ponerle una funda radial de 5 mm de espesor de corcho a toda la varilla. Se pide:
- Hacer un esquema de los perfiles axial y radial de temperaturas esperadas.
 - Determinar las temperaturas extremas suponiendo que la funda fuese totalmente aislante.
 - Determinar las temperaturas extremas suponiendo que no hubiese funda.
 - Plantear la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para el perfil de temperaturas en la varilla con su funda (despreciando la conducción axial en la funda).
 - Calcular las temperaturas máxima y mínima en esa configuración.
- 11.62. Se trata de estimar la temperatura que tendrá una cubierta de caña que protege del sol en un área de descanso. Para ello, se va a suponer que el cañizo tiene un espesor medio de 3 mm y absorbe la mitad de la radiación solar, que a mediodía será del orden de 1 kW/m², que el aire ambiente estará a unos 40 °C y que el coeficiente convectivo será de unos 10 W/(m²·K). Se pide:
- Hacer un esquema representativo de los flujos de calor involucrados, y resolver el problema despreciando las pérdidas radiativas y suponiendo que la temperatura del cañizo fuera uniforme.
 - Enumerar incógnitas y datos, y plantear las ecuaciones para resolver el problema térmico.
 - Resolver el problema anterior despreciando las pérdidas radiativas.
 - Incluir el efecto de las pérdidas radiativas.
- 11.63. Para medir la conductividad térmica de una pieza de carne de vacuno de densidad 1100 kg/m³, se introduce en ella una aguja de 50 mm de longitud y 1 mm de diámetro, que incorpora una resistencia eléctrica de 5 W que se conecta durante 30 s, y un termistor con el que se miden el siguiente perfil temporal de temperaturas durante ese tiempo:
- | Tiempo [s] | Temperatura [°C] | Notas |
|------------|------------------|-------------------|
| 0 | 4,9 | Antes de encender |
| 10 | 7,2 | |
| 20 | 7,8 | |
| 30 | 8,2 | Antes de apagar |
- Se pide:
- Hacer un esquema de la evolución de la temperatura media de la sonda.
 - Determinar la solución analítica del problema transitorio de deposición axial de energía en un medio infinito.
 - Establecer la relación entre el incremento de temperatura y el logaritmo del tiempo transcurrido.
 - Determinar la conductividad térmica y la difusividad térmica de la muestra.
- 11.64. Se desea saber la temperatura que alcanzará un hilo conductor eléctrico de 2 mm de diámetro, de aluminio de resistividad eléctrica 0,03 Ω·mm²/m, por el que ha de circular una corriente eléctrica de 10 A, en los casos siguientes (se tomará una temperatura ambiente de 15 °C y un coeficiente convectivo de 10 W/(m²·K) en todos los casos):
- Hilo expuesto al aire.
 - Hilo con funda de aislante de 2 mm de espesor y $k=0,2$ W/(m·K).
 - Hacer un esquema de la dependencia con el espesor de aislante de las temperaturas en sus interfaces.

- d) Estimar el tiempo que tardaría en enfriarse el hilo, una vez cortada la corriente, en ambos casos.
- 11.65. Se tiene un bloque de hierro de 5 cm de espesor, inicialmente en estado estacionario con una de sus caras a 50 °C y la otra a 100 °C. A partir de un cierto instante se aíslan térmicamente ambas caras, y se deja que el bloque se equilibre. Se pide:
- Hacer un esquema del perfil de temperatura interior, en el instante inicial, en uno intermedio, y al final.
 - Calcular el calor que fluye por unidad de área en el instante inicial, y hacer un esquema del flujo de calor en un instante intermedio (i.e. variación espacial).
 - Estimar el tiempo de relajación, indicando en qué se basa.
 - Se va a modelizar el proceso de relajación con la función $T(x,t)=T_0+c_1\sin(\pi x/L)\exp(-c_2t)$; determinar las constantes T_0 , c_1 y c_2 que mejor se ajustan al problema.
- 11.66. Se va a estudiar la transmisión de calor a través de las paredes laterales de un cilindro de un motor de combustión. El interior está expuesto a los gases de combustión, cuya temperatura media es de 1200 K con una oscilación de ± 500 K (se trata de un pequeño motor de dos tiempos a 1800 rpm), con los cuales se estima que el coeficiente convectivo es de 1000 W/(m²·K), incluyendo la radiación. El exterior está en contacto con el agua de refrigeración, que está a 80 °C y cuyo coeficiente convectivo se estima en 5000 W/(m²·K). El cilindro es de fundición de hierro de 4 mm de espesor. Se pide:
- Hacer un esquema del perfil de temperatura esperado a través de la pared del cilindro.
 - Calcular el perfil medio de temperatura en la pared del cilindro (i.e. supuesto estacionario).
 - Calcular el flujo de calor por unidad de superficie en el caso anterior.
 - Sabiendo que la temperatura a través de la pared es de la forma $T(x,t)=T_0+\Delta T_0\exp(-x/\xi)\sin(2\pi/\tau-x/\xi)$, determinar la profundidad a la que penetran las oscilaciones térmicas en la pared, ξ , en función del periodo, τ , obligando a que se cumpla la ecuación del calor.
- 11.67. Un perfil de acero con forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 2 y 4 cm, tiene 1 m de longitud, y una resistencia eléctrica de 20 Ω y tamaño despreciable embebida a mitad de su longitud. Se quiere estudiar la transmisión de calor al ambiente, que está a 20 °C y cuyo coeficiente convectivo se supone que es de 10 W/(m²·K), cuando se hace pasar una corriente eléctrica de 1 A por la resistencia (aislada eléctricamente). En particular, para el régimen estacionario, se pide:
- Perfil esperado de temperatura a lo largo de la varilla.
 - Plantear el problema en forma diferencial (con las condiciones de contorno).
 - Temperaturas máxima y mínima.
 - Resolver el problema sabiendo que la solución para una varilla con temperatura fija en un extremo y libre en el otro es $(T-T_\infty)/(T_0-T_\infty)=\cosh[m(L-x)]/\cosh(mL)$.
- 11.68. Una chapa de 2 cm de espesor, de acero inoxidable, inicialmente a 20 °C, se introduce súbitamente en agua hirviendo. Suponiendo un coeficiente convectivo de 3000 W/(m²·K), se pide:
- Perfil esperado de temperaturas en la chapa en un instante genérico.
 - Tomar tres nodos (uno en cada cara y otro central) y plantear los balances energéticos en un instante genérico.

- c) Determinar el valor máximo estable para el incremento de tiempo en la solución explícita por diferencias finitas.
 - d) Calcular por diferencias finitas los tres primeros pasos de la evolución.
- 11.69. Un perfil de acero con forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 2 y 3 cm, tiene 90 cm de longitud, y una resistencia eléctrica de 24Ω y tamaño despreciable embebida a un tercio de su longitud. Se quiere estudiar la transmisión de calor al ambiente, que está a 20°C y cuyo coeficiente convectivo se supone que es de $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$, cuando se hace pasar una corriente eléctrica de 1 A por la resistencia (aislada eléctricamente). En particular, para el régimen estacionario, se pide:
- a) Plantear el problema en forma diferencial (con las condiciones de contorno).
 - c) Calcular las temperaturas extremas y los flujos de calor hacia cada lado.
- 11.70. Se tiene un varilla de aluminio de 5 mm de diámetro y 50 cm de longitud expuesta al aire ambiente, que está a 25°C y con el que se supone un coeficiente convectivo de $15 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$. Sabiendo que un extremo de la varilla se mantiene a 50°C y por el otro recibe 2 W del exterior, se pide:
- a) Hacer un esquema de la solución esperada.
 - b) Plantear el problema no estacionario en forma diferencial (con las condiciones iniciales y de contorno).
 - c) Resolver el problema estacionario, determinando las temperaturas extremas..
- 11.71. Considérese una luneta térmica trasera de un vehículo, en la cual hay una serie de resistencias eléctricas horizontales equiespaciadas 4 cm, pegadas por el interior de una lámina de vidrio de 5 mm de espesor. Por cada conductor eléctrico se disipan 20 W/m y, aunque el hilo es muy delgado y el perfil de temperaturas en el vidrio no es homogéneo ni vertical ni transversalmente (se admite que es homogéneo a lo largo de los cables), se va a considerar en este problema que la temperatura en el vidrio sólo varía en su espesor. Se pide:
- a) Perfil de temperatura en el vidrio, en un estado estacionario, con 18°C de temperatura del aire interior (tómese un coeficiente convectivo de $5 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$), -8°C de temperatura del aire exterior (tómese un coeficiente convectivo de $50 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$), y la resistencia apagada.
 - b) Plantear el problema estacionario con la resistencia encendida, enumerando ecuaciones e incógnitas.
 - c) Resolver el problema anterior, determinando las temperaturas en las caras del vidrio.
- 11.72. Considerar el muro sur de una casa, que tiene 0,25 m de espesor, $0,7 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad, 0,9 de emisividad, y 0,6 de absortancia solar, el cual está expuesto a una radiación solar de $700 \text{ W}/\text{m}^2$. El interior de la casa está a 22°C , y el exterior a 10°C . Los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre las superficies interior y exterior del muro son $6 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ y $25 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ respectivamente. Suponiendo régimen estacionario, se pide:
- a) Esquematizar el problema, representando los flujos de calor y el perfil de temperatura esperado.
 - b) Plantear el balance de flujo de calor en las caras interior y exterior de la pared.
 - c) Calcular las temperaturas de las caras interior y exterior de la pared, suponiendo emisividad nula.
 - d) Calcular las temperaturas de las caras interior y exterior de la pared con la emisividad dada.

- 11.73. En un satélite se piensa usar una bandeja porta-instrumentos construida en panel compuesto, formado por dos capas de CFRP de 2 mm de espesor, y una capa de espuma sólida (F) de 12 mm de espesor en cuyo interior van alojados los elementos de la batería eléctrica. Se va a estudiar el comportamiento térmico de uno de los módulos laterales de la bandeja, de dimensiones $300 \times 80 \times 16 \text{ mm}^3$. En una de las caras de F hay una hendidura centrada que aloja un elemento de batería (B) de Li-ion, de $140 \times 70 \times 6 \text{ mm}^3$; el efecto de las conexiones y circuitos auxiliares de la batería no se tienen en cuenta. Se va a estudiar el siguiente modelo térmico simplificado (las propiedades de los materiales se dan en la Tabla 1): el elemento de batería, en el caso más crítico, disipa 1 W durante 30 minutos y está inactivo los siguientes 60 minutos del ciclo. Solo se va a considerar la transmisión de calor por conducción a uno de los extremos cortos del módulo, que se supondrá que permanece a 300 K (los otros tres lados se pueden suponer de simetría). En particular, se pide:
- Resolver el problema de conducción estacionaria (1 W) desde el elemento de batería (B, que se considerará isoterma en este apartado), hasta el borde de la placa (a $T_b=300 \text{ K}$), a través de los dos caminos paralelos: 1) el directo, a lo largo de la cara en contacto; y 2) el indirecto, a través de los 6 mm de espuma y luego a lo largo de la otra lámina de CFRP.
 - Calcular la carga térmica admisible de los equipos que fueran montados sobre la bandeja, para que la temperatura de esta no supere los $75 \text{ }^\circ\text{C}$.
 - Resolver analíticamente el problema de conducción unidimensional estacionaria a lo largo de la capa de CFRP (sin contar la batería), con los 1 W distribuidos uniformemente sobre toda la cara del módulo.
 - Resolver analíticamente el problema de conducción unidimensional estacionaria a lo largo de la capa de CFRP (sin contar la batería), pero ahora con la disipación de energía distribuida uniformemente sólo en la dirección transversal del módulo (los 80 mm).
 - Resolver analíticamente el problema de conducción unidimensional estacionaria a lo largo de la capa de CFRP contabilizando también la conducción en la batería (pero no a través de la espuma).
 - Resolver numéricamente el problema de conducción unidimensional no estacionaria con la variación temporal de la disipación de energía dada.
 - Resolver numéricamente el problema de conducción bidimensional transitorio desde el estado isoterma hasta el estacionario con 1 W disipándose en la batería.

Tabla de propiedades de los materiales (P-11.73).

	ρ [kg/m^3]	c [$\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$]	k [$\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$]
CFRP	1500	840	30 (paralelo) 1,25 (perpend.)
F	75	1200	0.03
B	2400	900	35 (paralelo) 1,5 (perpend.)

- 11.74. Estimar si una ventana de vidrio doble evitaría el empañamiento, en comparación con una de vidrio simple. Tómese láminas de vidrio de 4 mm de espesor, 6 mm de aire seco atrapado en el caso doble, coeficientes convectivos de $20 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ para el aire exterior, a $0 \text{ }^\circ\text{C}$, y $10 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ para el aire interior, que está a $22 \text{ }^\circ\text{C}$, y 50% HR en ambos casos.
- 11.75. Se quiere comparar el comportamiento térmico de una pared de aluminio anodizado de 5 mm de espesor, con otra de igual espesor de CFRP. Ambas se van a suponer expuestas al vacío espacial por una cara, y aisladas con una manta térmica multicapa por la otra. Supóngase que en un estado inicial toda la pared está a 300 K. Se pide:

- Temperaturas en estado estacionario cuando la pared recibe una radiación solar de 1370 W/m^2 .
- Evolución de las temperaturas durante el transitorio.
- Para la pared de CFRP se piensa realizar el ensayo siguiente. Partiendo del mismo estado inicial (300 K), se va a irradiar una franja de $2,5 \times 10 \text{ cm}^2$ de pared durante 5 segundos con una lámpara que da 2 W/cm^2 , Determinar el estado térmico que se alcanzaría si no hubiese pérdidas.
- Evolución de las temperaturas durante el transitorio anterior (sin pérdidas).
- Evaluar las pérdidas por conducción y radiación, para ver cuáles son mayores.
- Resolver el problema unidimensional de la conducción en el CFRP a lo largo de la dirección x (i.e. perpendicular al lado mayor de la muestra), promediando las temperaturas en el espesor de 5 mm, correspondiente al calentamiento con la lámpara y teniendo en cuenta las pérdidas conductivas.
- Comparar la evolución temporal de la temperatura en el centro de la parte de atrás de la muestra, con y sin pérdidas por conducción, con el resultado teórico para una irradiación instantánea sin pérdidas:

$$\theta \equiv \frac{T_{\text{back}} - T_0}{T_{\text{back,max}} - T_0} = 1 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \exp\left(\frac{-i^2 \pi^2 a}{L^2} t\right)$$

Tabla de propiedades (P-11.75).

	ρ [kg/m ³]	$\alpha \cdot 10^6$ [1/K]	c [J/(kg·K)]	k [W/(m·K)]	α	ε
CFRP	1500	1 paral. 40 perp.	1200	25 paral. 1.5 perp.	0.9	0.9
Al-7075	2800	23	960	120	0.2	0.6

- Para calentar una habitación de $4 \cdot 6 \text{ m}^2$ se va a disponer bajo el suelo una parrilla de 10 tubos de agua equiespaciados, de 12 mm de diámetro exterior y 6 m de longitud, cuyos ejes están 25 mm por debajo del nivel del suelo. Suponiendo que para mantener el aire de la habitación a $21 \text{ }^\circ\text{C}$ se necesita añadir 3 kW para compensar las pérdidas al exterior, y tomando valores representativos de 1 W/(m·K) para la conductividad de los materiales del suelo y de $10 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$ para la convección natural en el aire, se pide:
 - Temperatura media necesaria en el circuito del agua.
 - Temperatura del suelo.
- A través de un cuerpo cilíndrico de radio interior la mitad del exterior, hay un flujo de calor estacionario tal que la temperatura en la cara exterior es el doble que en la interior. A partir de un cierto instante las paredes pueden considerarse adiabáticas. Se pide:
 - Temperatura final.
 - ¿Y si el cuerpo fuese esférico?
 - ¿Y si hubiera sido la temperatura en la cara exterior la mitad de la interior?
- En 1863, W. Thomson (Lord Kelvin) calculó la edad de la Tierra con el siguiente modelo. Supuso la Tierra se formó de una masa de material fundido a unos 2000 K, y que se está enfriando desde su formación. Actualmente la temperatura superficial es de unos 300 K, y el gradiente térmico superficial de unos 25 K/km . La difusividad térmica del suelo es aproximadamente $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Se pide:
 - Calcular la edad de la Tierra con ese modelo, suponiendo Tierra plana.
 - Estimar si el modelo de Tierra plana es apropiado.
 - Comparar el flujo de calor geotérmico con el de radiación al espacio exterior, como cuerpo negro.

- d) Calcular el flujo de calor geotérmico correspondiente a un modelo del interior de la Tierra consistente en un núcleo de 3500 km de radio de hierro fundido a unos 5000 K (a muy alta presión), y un manto externo cuyas propiedades se asimilan a las de la sílice. Estimar un valor medio de generación interna de energía (desintegración nuclear) que ajuste al valor medido de $0,07 \text{ W/m}^2$ del flujo medio en superficie.
- e) Calcular el flujo de calor geotérmico correspondiente a un modelo de corteza terrestre de 35 km de espesor, con unos 900 K en la parte inferior. Estimar un valor medio de generación interna de energía (desintegración nuclear) que ajuste al valor medido de $0,07 \text{ W/m}^2$ del flujo medio en superficie.
- 11.79. Se saca de un baño de agua y hielo una esfera de 50 mm de diámetro de acero inoxidable y se sumerge en agua hirviendo con un coeficiente convectivo que se estima en 4 kW/m^2 . Se pide:
- Resolver la ecuación del calor por separación de variables, suponiendo que la temperatura superficial es constante.
 - Resolver la ecuación del calor por separación de variables para el valor dado del coeficiente conductivo.
- 11.80. Considérese una tarjeta electrónica (PCB) de $150 \times 100 \times 1,5 \text{ mm}^3$ de FR-4*, con un recubrimiento de $50 \text{ }\mu\text{m}$ de cobre por un lado, y con diversos componentes electrónicos por el otro, que en funcionamiento pueden asimilarse térmicamente a una distribución uniforme de 10 W de disipación total. Sabiendo que la tarjeta se inserta en una placa base por uno de los bordes largos que se mantiene permanentemente a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ con una refrigeración exterior, se pide:
- Considerando que la tarjeta sólo evacua calor a través de la conexión, determinar la temperatura máxima que se alcanzaría, con y sin tener en cuenta el recubrimiento de cobre.
 - Considerando que además se transmite calor por convección al aire ambiente, que se va a suponer que está a $40 \text{ }^\circ\text{C}$, con un coeficiente convectivo de $5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, y por radiación a las paredes (también a $40 \text{ }^\circ\text{C}$), determinar la temperatura máxima suponiendo una emisividad media de $0,7$ para ambos lados.
 - Considerando que durante 10 minutos de cada 90 minutos, la tarjeta consume el doble de potencia, determinar la temperatura máxima suponiendo que para el estudio del transitorio, la capacidad térmica de los componentes se pueden asimilar a un espesor uniforme de 5 mm de material adicional a la resina (con las mismas propiedades del FR-4).

*FR-4 es un material compuesto, de fibra de vidrio laminada con resina epoxi (un adhesivo termoestable estructural aislante eléctrico): $\rho=1850 \text{ kg/m}^3$, $c=700 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $k=0.25 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, temperatura máxima de trabajo $140 \text{ }^\circ\text{C}$.

- 11.81. A printed circuit board (PCB) of $100 \times 150 \text{ mm}^2$, made of two $35 \text{ }\mu\text{m}$ thin copper sheets laminated onto a 2 mm thick dielectric layer made of woven fiberglass cloth with an epoxy resin binder (FR-4), is populated by electronic chips dissipating 10 W in operation. For a thermal analysis, the board is to be assumed plugged at one of its largest edges to a rack kept at $30 \text{ }^\circ\text{C}$, and the dissipation distributed symmetrically between two 30 mm wide bands across the short dimension (100 mm), leaving a central band of 20 mm and two 10 mm bands at the ends. To do:
- Make a sketch of the steady temperature field in the card.
 - Find the maximum temperature expected if only conduction heat transfer towards the plug is significant.
 - Find the temperature field taking also into account radiation heat transfer to a surrounding box at $30 \text{ }^\circ\text{C}$, under vacuum.

- d) Find the temperature field when adding the effect of heat convection by inside air on ground with $h=2 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.

FR-4 data: $\rho=1850 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c=700 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, $k=0.25 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, maximum working temperature $140 \text{ }^\circ\text{C}$.

11.82. Para un análisis térmico de una tarjeta electrónica (PCB) se considera el esquema geométrico de la figura, donde se representan dos circuitos integrados principales (IC-1 e IC-2). La tarjeta, de $150\times 115\times 1,6 \text{ mm}^3$, va en una caja a la cual está empotrada 5 mm por sus dos extremos más alejados, las cuales se supondrá que se mantienen siempre a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ mediante control externo. Las pastillas IC-1 e IC-2, de $37,5\times 37,5\times 2,5 \text{ mm}^3$, básicamente constan de 2 láminas cerámicas de 1 mm (de nitruro de aluminio, $k=150 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\rho=3200 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c=740 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$), y una lámina interior de $0,5 \text{ mm}$ de silicio en cuya parte central de la cara más próxima a la PCB están grabadas las uniones electrónicas (la capa inferior de AlN contiene la matriz de conexiones, lo cual puede ignorarse para este estudio). La PCB se va a suponer constituida por 3 capas: la superior, de $140 \mu\text{m}$ de espesor, es la de montaje de los componentes, con pistas de cobre que cubren un 20% del área de la PCB; luego una capa intermedia de dieléctrico (FR-4, $k=0,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, $\rho=1800 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c=700 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$), y por último una capa de aluminio (Al-7075) de 1 mm de espesor. Cada IC disipa 15 W , y se va a considerar que el contacto térmico con el zócalo en que va soldado a la PCB es perfecto; el resto de componentes montados sobre la PCB se simulará como una distribución uniforme y constante de 10 W . Se va a establecer un modelo térmico unidimensional donde el campo de temperaturas sólo depende espacialmente de x . Se pide:

- Determinar el perfil estacionario $T(x)$ suponiendo que la buena conductividad del substrato cerámico hace que la base de las pastillas (IC-1 e IC-2) puedan considerarse isotermas, y que los 30 W que en ellas se liberan pasan por conducción a lo largo de la tarjeta, sin tener en cuenta la disipación en el resto de componentes.
- Determinar $T(x)$ suponiendo que los 40 W totales se disipasen uniformemente en toda el área, y que sólo se transmite el calor por la PCB.
- Determinar $T(x)$ con la distribución de disipación dada, $\Phi(x) [\text{W}/\text{m}]$, teniendo en cuenta también la conducción a lo largo de las pastillas principales.
- Añadir al modelo conductivo anterior la influencia de la radiación térmica desde la capa superior (la de componentes electrónicos) hasta la caja (que se supondrá también a $25 \text{ }^\circ\text{C}$); la cara inferior de la PCB está cerca de otra placa similar y se desprecia el intercambio radiativo. Estudiar también el efecto del intercambio convectivo con el aire dentro de la caja en el caso límite de temperatura del aire $25 \text{ }^\circ\text{C}$ suponiendo un coeficiente convectivo de $5 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$.
- Determinar la temperatura en la zona de uniones electrónicas de las tarjetas, suponiendo que las temperaturas de los apartados anteriores representan la de la interfaz aluminio/dieléctrico.
- Determinar cuánto tiempo podría hacerse funcionar la tarjeta a partir del momento en que las pastillas IC-1 e IC-2 pasaran de disipar 15 W a 25 W cada una, sabiendo que la temperatura en las uniones electrónicas no debe superar los $125 \text{ }^\circ\text{C}$ (para mejor aproximar la capacidad térmica del resto de componentes en este transitorio, considérese un espesor adicional uniforme de 3 mm de FR-4).

caja electrónica que se puede suponer negra y a 45 °C. ¿Qué influencia tendría añadir el efecto de la convección con aire encerrado, suponiendo un coeficiente de 2 W/(m²·K)?

- e) Calcular el calor que llega a los encastrados en el caso anterior, y compararlo con el caso conductivo puro.
- f) Evolución espacio-temporal de la temperatura si se considera un funcionamiento periódico en el que, durante 60 minutos de cada 90 minutos, el IC consume la mitad de potencia.
- g) Resolver el problema térmico bidimensional estacionario.
- h) Comprobar si se cumplen los límites aceptables, y proponer cambios que mejoren los márgenes.

Datos del laminado: $\rho=2200 \text{ kg/m}^3$, $c=1000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $k=2.50 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ en el plano y $k=0.5 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ perpendicularmente, temperatura máxima de trabajo $T_{\max}=150 \text{ }^\circ\text{C}$.

- 11.85. Un modelo térmico preliminar de un sensor activo montado exteriormente en un satélite, consiste en una esfera de 5 cm de diámetro y capacidad térmica despreciable, mantenida a 1 m de distancia del satélite mediante un tubo telescópico de aluminio de 1 cm de diámetro y 1 mm de espesor. Se quiere estudiar el perfil de temperatura a lo largo del tubo cuando en la esfera se disipan 10 W, suponiendo ésta isoterma, y el encastrado con el satélite a 20 °C. En particular, se pide:
- a) Para un ensayo térmico en tierra en una sala con aire a 20 °C, determinar analíticamente el perfil de temperatura en régimen estacionario suponiendo un coeficiente convectivo con el aire exterior de 5 W/(m²·K).
 - b) Determinar numéricamente el transitorio cuando se conecta el sensor estando todo inicialmente a temperatura ambiente.
 - c) Ya en el espacio, calcular la temperatura que alcanzaría la esfera en presencia de la radiación de fondo del universo solamente, y en el caso de estar también expuesta al sol.
 - d) Determinar el perfil de temperatura a lo largo del tubo en régimen estacionario en el espacio, despreciando el acoplamiento radiativo con el resto del satélite.
- 11.86. Considérese un depósito de oxígeno líquido (LOX) a 250 kPa, en el espacio, a una distancia del Sol de 1,01 ua (órbita halo en L2) en el perihelio. Aunque se prevé disponer un parasol, se quiere estudiar el caso en que recibiera el sol perpendicular al eje del tanque, que es cilíndrico rematado en semiesferas, de 2 m de diámetro exterior y 5 m de longitud total. La pared del tanque en contacto con el líquido (que se supondrá isoterma), es de 2 mm de Al-7075 ($k=100 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ a 100 K), y está recubierta de una capa de 50 mm de espesor de espuma de poliuretano ($\rho=50 \text{ kg/m}^3$ y $k=0.007 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ en vacío a 100 K), con acabado reflectante solar de propiedades $\alpha=0,1$ y $\varepsilon=0,8$. Se pide:
- a) Calcular con un modelo 1D de pared plana enfrentada al Sol, el perfil de temperatura a través de la pared, y el flujo de calor entrante. Sol.: $T_{\text{ext}}=180 \text{ K}$.
 - b) Calcular con un modelo 1D de pared plana enfrentada al vacío interplanetario, el perfil de temperatura a través de la pared, y el flujo de calor saliente.
 - c) Calcular con un modelo cilíndrico 2D cuasi-1D (sin conducción azimutal) la variación azimutal de la temperatura exterior, y el calor neto intercambiado despreciando los extremos esféricos.
 - d) Calcular con un modelo esférico 2D cuasi-1D (sin conducción azimutal) la variación azimutal de la temperatura exterior de cada casquete, en el caso de insolación axial, y el calor neto intercambiado en este caso por todo el tanque.
- 11.87. Considérese un tanque cilíndrico de propano, de 1 m de diámetro y 3 m de longitud, enterrado bajo 1 m de arena. Determinar el flujo máximo de gas suministrable (o de pérdidas por fisuras).

- 11.88. Considérese una chapa de acero inoxidable SS-340 de 10 mm de espesor, inicialmente a 300 K, que va a ser expuesta a una radiación frontal de 100 W/cm^2 . Se pide:
- Estimar el tiempo que tardaría en fundirse la chapa suponiendo difusividad térmica infinita.
 - Estimar el tiempo que tardaría en fundirse la superficie suponiendo espesor infinito.
 - Estimar la velocidad de ablación.
 - Determinar el perfil de temperatura con ablación suponiendo espesor infinito.
- 11.89. Considérese la pared de una aeronave, de 4 mm de espesor de aluminio 7075 y 5 cm de espesor de aislante de $k=0,035 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, en vuelo de crucero con una temperatura en cabina de $22 \text{ }^\circ\text{C}$ y una temperatura de pared exterior de $-28 \text{ }^\circ\text{C}$ (teniendo ya en cuenta la recuperación entálpica por la velocidad de vuelo). Suponiendo un coeficiente convectivo con el aire en cabina de $10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$, se pide:
- Flujo de calor unitario.
 - Temperatura en ambas caras del aislante.
 - ¿Y si la pared resistente es de fibra de carbono (CFRP) de $k=1,5 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$?
 - ¿Y en las ventanillas? suponiendo formadas por una lámina externa de 12 mm y otra de 4 mm, ambas de metacrilato, con 3,5 cm de aire de separación.
- 11.90. Para el control térmico de una caja electrónica en un vehículo espacial, se quiere estudiar el proceso de calentamiento producido por una lámina calefactora de kapton de $100\times 100 \text{ mm}^2$ de área y 0,2 mm de espesor, con resistencias eléctricas embebidas de 20 W, colocada en contacto entre dos placas de mayor área, una de $d_1=4 \text{ mm}$ de espesor y propiedades $k_1=0,1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\rho_1=2000 \text{ kg/m}^3$, $c_1=2000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, y la otra de $d_2=10 \text{ mm}$ de espesor y $k_2=1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $\rho_2=1000 \text{ kg/m}^3$, $c_2=1000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, respectivamente. Se pide:
- Suponiendo que se llegase al estado estacionario desde un estado inicial a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ manteniendo las temperaturas externas fijas (a $0 \text{ }^\circ\text{C}$), determinar el calor que saldría por cada cara, la temperatura máxima alcanzada, y la duración del transitorio.
 - Solución analítica de la evolución transversal de las temperaturas, $T(x,t)$, suponiendo que todo el calor va hacia un lado que puede suponerse semi-infinito.
 - Evolución de los flujos de calor y de los saltos de temperaturas con el tiempo, para cada placa, aplicado el modelo semi-infinito a cada una.
 - Simulación numérica de la evolución transversal de las temperaturas, $T(x,t)$, al conectar el calentador desde un instante inicial en el que todo está a $0 \text{ }^\circ\text{C}$, suponiendo que las caras externas son adiabáticas, y comparación con el resultado del modelo semi-infinito.
 - Evolución $T(x,t)$ si se apaga el calentador tras 100 s de funcionamiento.
 - Estimación de las pérdidas laterales en las placas, debido al tamaño finito del calentador respecto a las placas.
- 11.91. Se quiere estimar la temperatura de una madera de 3 cm de espesor que flota en una piscina bajo el sol de mediodía. La temperatura ambiente es $30 \text{ }^\circ\text{C}$ y la del agua $25 \text{ }^\circ\text{C}$. Suponiendo unos coeficientes convectivos con el aire y el agua de $20 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ y $200 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$, respectivamente, y que la irradiancia solar es 1000 W/m^2 , se pide:
- Temperatura de la madera suponiendo que es uniforme.
 - Influencia de la conductividad térmica.
 - Solución transitoria si, a partir del estado anterior, deja de estar expuesta al sol.

11.92. Se quiere estudiar el campo de temperaturas en un apéndice de un satélite geoestacionario, cuyo modelo simplificado puede aproximarse por una placa de aluminio A7075 de $L_x L_y L_z = 300 \times 400 \times 1 \text{ mm}^3$ doblada en ángulo recto a $1/3$ de L_x y expuesta al sol por la cara menor como se muestra en la figura. Despreciando las interacciones térmicas con el resto del satélite y suponiendo que radia como cuerpo negro, se pide:

- Temperatura media estacionaria que alcanzaría la placa (modelo isoterma, i.e. un solo nodo), despreciando la re-radiación entre elementos.
- Temperaturas medias estacionarias que alcanzarían ambos trozos planos (modelo de dos nodos), despreciando la re-radiación entre elementos.
- Temperaturas medias estacionarias que alcanzarían los tres trozos planos (el vertical, y los dos que se obtienen dividiendo por la mitad el horizontal, i.e. modelo de tres nodos), despreciando la re-radiación entre elementos.
- Considerando un modelo unidimensional ($L_y \rightarrow \infty$), calcular analíticamente el perfil de temperaturas $T(x)$ a lo largo de toda la placa*, teniendo en cuenta la conducción y aproximando la radiación por $d\dot{Q}_{\text{rad}} = -hdA(T - T_\infty)$ con $h = 1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.
- Resolver numéricamente el apartado anterior.
- Para simular el enfriamiento radiativo por los bordes, que están menos apantallados que el centro, resolver el modelo bidimensional, teniendo en cuenta la conducción y aproximando la radiación por $d\dot{Q}_{\text{rad}} = -hdA(T - T_\infty)$ con $h = 1 + \sqrt{x^2 + y^2} / (L_x + L_y) \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, con el origen de coordenadas (x, y) en el centro de la unión (i.e. emitiéndose en los extremos un 40 % más).
- Evolución de las temperaturas al entrar en eclipse.

*Para facilitar la presentación gráfica de resultados, puede usarse la variable s ($0 \leq s \leq L_x$) correspondiente al camino a lo largo de la placa, pero teniendo en cuenta en los modelos que la placa está doblada.

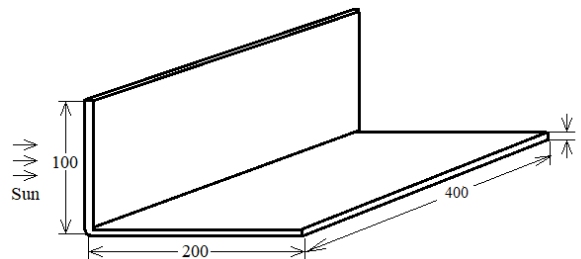


Fig. P-11.92. Geometría y dimensiones en mm.

11.93. Un radiador en un satélite geoestacionario está constituido por un panel en nido de abeja de 0,4 m de ancho, 0,5 m de largo, y 6 mm de espesor, formado por dos láminas de aluminio A6061 de 1 mm de espesor y un núcleo en panal del mismo material y 4 mm de altura, con láminas de $10 \mu\text{m}$ de espesor y 5 mm de anchura de celda. Dentro del panel está integrado el condensador de un tubo de calor (*heat pipe*) que evacúa 70 W y se va a aproximar por un conducto de $4 \times 4 \text{ mm}^2$ de sección, centrado en la anchura del panel (en contacto perfecto con las placas), que recorre sus 0,5 m de longitud, y que no debe sobrepasar los $65 \text{ }^\circ\text{C}$ en órbita, ni bajar de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ en eclipse. La cara externa del radiador está recubierta de una fina capa de reflector solar (OSR), y las demás se supondrán aisladas. Se pide:

- Establecer un modelo unidimensional no estacionario para la transmisión de calor por conducción a lo ancho del panel (desde el tubo hasta la periferia), calculando la conductividad efectiva.
- Determinar el perfil de temperaturas que se tendría en un ensayo en tierra, teniendo en cuenta un coeficiente global de pérdidas de calor de $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ en la cara expuesta, y una

temperatura del aire de 15 °C que coincide con la inicial antes de comenzar la disipación de calor de 70 W (que se aproximará por un salto escalón).

- c) Lo mismo, pero para un ensayo en vacío con 15 °C de temperatura del recinto.
- d) Calcular el transitorio en tierra.
- e) Calcular el perfil estacionario en el ambiente espacial con sol frontal en perihelio, y sin sol en afelio.
- f) Calcular el enfriamiento del panel si, a partir del estado estacionario con sol frontal en equinoccio, entra en eclipse.
- g) Se quiere ahora estimar la bondad del modelo unidimensional considerando un modelo bidimensional para calcular la diferencia máxima de temperaturas entre las dos caras del panel, con sol frontal en régimen estacionario.

11.94. Considérese una tarjeta electrónica (PCB) de $100 \times 100 \text{ mm}^2$, compuesta por un laminado de FR-4 de 0,5 mm de espesor, recubierta por ambas caras con 70 μm de espesor de cobre. En la cara superior, donde van montados los componentes electrónicos, el cobre solo ocupa un 50 % de la superficie (las pistas de conexiones). La PCB lleva montado un gran circuito integrado programable (una FPGA) de $50 \times 50 \text{ mm}^2$, centrado en la tarjeta y con buen contacto térmico con ella, que disipa 10 W, empaquetado en nitruro de aluminio (AlN) y con 1 mm de espesor total. Suponiendo despreciable la disipación en otros componentes, y que solo un borde de la PCB está conectado a la placa base, el cual se va a suponer que esta permanentemente a 30 °C, que los otros bordes apenas transmiten calor, y con la tabla adjunta de propiedades de los materiales, se pide:

- a) Para ver si se puede aplicar un modelo unidimensional, determinar la conductividad térmica efectiva perpendicular a la PCB bajo la FPGA, y el salto de temperaturas si todo el calor disipado fluyera perpendicularmente.
- b) Determinar la conductividad térmica efectiva paralela a la placa, y la distribución de temperatura en la placa, suponiendo la disipación total uniformemente distribuida en toda el área de la PCB, y que solo cuenta la conducción térmica de la PCB.
- c) Resolver analíticamente el problema de conducción unidimensional en la dirección longitudinal (x) con una distribución de fuentes correspondiente a la integral en la dirección transversal (y), suponiendo que solo hay conducción a través de la PCB.
- d) Volver a resolver el apartado anterior añadiendo el efecto de la conductividad a través de la FPGA.
- e) Volver a resolver el apartado anterior añadiendo el efecto de la radiación térmica por ambas caras con una carcasa que está a 40 °C, con el modelo de cuerpos negro linealizado.
- f) Resolver numéricamente el apartado anterior en el caso no estacionario de encendido desde el reposo, considerando que la temperatura inicial es de 30 °C.
- g) Resolver el caso bidimensional estacionario.

Tabla de propiedades de materiales.

	ρ [kg/m ³]	c [J/(kg·K)]	k [W/(m·K)]
FR-4	1850	700	0.5 paral. 0.25 perp.
Cobre	8910	390	393
Nitruro de aluminio	3200	735	150

11.95. Find the steady temperature field in a solid box of side $L=0.1 \text{ m}$ and thermal conductivity $k=10 \text{ W/(m·K)}$, with uniform internal heat dissipation of $\dot{W}_{\text{dis}}=10 \text{ W}$, thermally insulated all around except at one face, and with $T_m=100 \text{ °C}$ at the opposite face.

- 11.96. Se desea enfriar un equipo de $90 \cdot 45 \cdot 40 \text{ mm}^3$ que debe disipar 50 W y no debe sobrepasar $T_{\max}=80 \text{ }^\circ\text{C}$ en su superficie, estando alojado en un satélite geoestacionario. Se supondrá que la disipación es uniforme en todo el volumen del equipo, cuyas propiedades medias son $\rho=3000 \text{ kg/m}^3$, $c=1000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, y $k=100 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. Se pide:
- Pérdida de calor por radiación por las paredes del equipo en un recinto a $T_r=25 \text{ }^\circ\text{C}$ si su temperatura superficial es T_{\max} . Determinar el coeficiente convectivo equivalente.
 - Estimar el tiempo que se tardaría en alcanzar T_{\max} a partir de un estado inicial a T_r .
 - Mapa de temperaturas esperado en el equipo, en régimen estacionario, suponiendo despreciables las pérdidas por todas las paredes menos por una de las bases.
 - Se piensa montarlo centrado sobre un radiador que es una placa cuadrada de aluminio A6061 de 3 mm de espesor, aislada térmicamente del interior del satélite, y expuesta al vacío exterior por la otra cara, que está pintada de blanco. ¿Qué tamaño de placa haría falta si fuese isoterma?
 - ¿Y si le diese el sol de frente? ¿Qué tamaño de radiador haría falta, y qué pasaría cuando no le diese el sol?
 - Se va a tratar de usar como radiador una placa de $0,2 \text{ m}$ de ancha (en vez de cuadrada), y se desea saber la longitud necesaria (sin sol). Establecer un modelo unidimensional de la transmisión de calor a lo largo de la parte de placa que sobresale por cada lado, y resolver el problema analíticamente, linealizando las pérdidas radiativas.
 - Resolver numéricamente (sin linealizar) el problema 1D anterior. Resolver el problema no estacionario de la aleta partiendo de un estado inicial a T_r e imponiendo un incremento lineal de la temperatura en la raíz según el apartado b).
 - Resolver el problema 2D con una placa de $0,2 \cdot 0,2 \text{ m}^2$.
- 11.97. Para un estudio térmico de una pared en un vehículo espacial, se va a considerar una placa plana de CFRP de 5 mm de espesor con nervaduras en su cara exterior (del mismo material), que forman una malla rectangular de $0,2 \text{ m}$ de separación en una dirección, y $0,5 \text{ m}$ en la otra. Todos estos refuerzos son de 4 mm de espesor y sobresalen 20 mm . La cara interior de la pared está enfrentada a un panel interior plano y paralelo, que se mantiene permanentemente a $23 \text{ }^\circ\text{C}$, con espaciadores cuya influencia térmica se desprecia y que mantienen un espacio vacío de 30 mm entre superficies. Para las propiedades del CFRP se tomarán $\rho=1500 \text{ kg/m}^3$, $c=1100 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, $k=30 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ en el plano del laminado, $k=1 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ en el transversal, y $\alpha=\varepsilon=0,9$ por ambas caras. Para la pared interior se tomará $\varepsilon=0,7$. Se pide:
- Indicar cómo sería el mapa de temperaturas de la pared en régimen estacionario estando expuesta por fuera solo a la radiación de fondo.
 - Despreciando el efecto de las aletas, calcular las temperaturas que se alcanzarían en la pared en régimen estacionario, y el coeficiente lineal de transmitancia equivalente al intercambio radiativo, por cada lado.
 - Tomando el resultado anterior como temperatura en la raíz de los refuerzos, y con el coeficiente lineal de transmitancia calculado, resolver el problema unidimensional para determinar el flujo de calor en la raíz.
 - Ahora se va a estudiar el efecto térmico de los refuerzos considerando la pared plana (sin refuerzos) pero con unos sumideros de calor lineales de 5 W/m sustituyendo a los refuerzos. Calcular el perfil de temperatura $T(x)$ en la pared entre los refuerzos separados $0,2 \text{ m}$ considerando que los refuerzos perpendiculares (cada $0,5 \text{ m}$) no influyen.
 - Calcular el perfil de temperatura $T(x,y)$ en la pared con el modelo anterior (i.e. pared plana con sumideros lineales sustituyendo a los refuerzos).

- f) Volviendo al problema plano del apartado b), determinar la temperatura de la pared con sol frontal.
- 11.98. Considérese una tarjeta electrónica (PCB) de $140 \times 100 \times 1,5 \text{ mm}^3$ de FR-4, con un recubrimiento de $50 \text{ }\mu\text{m}$ de cobre por cada lado, que en una de las caras es continuo, y en la otra sólo ocupa el 10% de la superficie, en la cual van montados tres circuitos integrados (IC), cada uno de $40 \times 20 \times 3 \text{ mm}^3$, disipando 5 W , con $k_{\text{IC}}=50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ de conductividad térmica, $C_{\text{IC}}=20 \text{ J/K}$ de capacidad térmica, y distribuidos uniformemente en la PCB (20 mm de separación entre ellos). Se supondrá que los lados cortos de la PCB tienen contacto térmico perfecto con paredes permanentemente a $25 \text{ }^\circ\text{C}$, y que los otros dos bordes están térmicamente aislados. Tómese para el FR-4 $k=0,5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ en el plano y la mitad a su través. Se pide:
- Considerando que la tarjeta sólo evacua calor por los bordes, determinar la temperatura máxima que se alcanzaría si toda la disipación estuviese uniformemente repartida en la PCB y los IC no influyeran.
 - Considerando que la tarjeta sólo evacua calor por los bordes, determinar la temperatura máxima que se alcanzaría con un modelo unidimensional en el que los IC llegaran hasta los bordes aislados, en el límite $k_{\text{IC}} \rightarrow \infty$, y con la k_{IC} dada.
 - Considerando que se transmite calor por radiación, con una emisividad media de $0,7$ por el lado de los componentes, y de $0,5$ por la cara opuesta, con una caja electrónica que se puede suponer negra y a $45 \text{ }^\circ\text{C}$, determinar la temperatura máxima linealizando las pérdidas radiativas y con disipación uniforme.
 - Resolver el caso anterior pero sin linealizar y con la disipación no uniforme.
 - Resolver el problema térmico bidimensional estacionario y comparar el perfil central de temperaturas con el del caso anterior.