



2. ENTROPY

- 2.1. Se trata de aplicar el concepto estadístico de entropía a la distribución de probabilidades de la variable suma-de-valores, en un conjunto de estados cuantizados dados, usando como por ejemplo el juego de dados tradicional. Se pide:
- Si no se sabe de un dado más que que tiene seis caras, ¿cuál es la probabilidad de que al mirarlo veamos una cierta cara arriba?
 - ¿Cuál es la distribución más probable sabiendo que al lanzar 10 dados la suma era 15?
- 2.2. Si se sabe que el valor de un total de 100 monedas mezcladas, de 1, 5 y 25 Pta es de 500 Pta, ¿cuál es la distribución más probable?.
- 2.3. Se trata de aplicar el concepto estadístico de entropía a una distribución de probabilidades continua, usando como por ejemplo la renta de una población. Se pide:
- Calcular la distribución más probable de la renta de una población.
 - Calcular el porcentaje de ricos (que ganan más que la media) y su porcentaje global de la renta total.
- 2.4. Sabiendo que para gases monoatómicos ideales en equilibrio, la energía cinética media del movimiento microscópico es $E_c = (1/2)mv^2 = (3/2)kT$, se pide:
- ¿Por qué no cesa ese movimiento relativo en el equilibrio termodinámico?
 - Determinar la distribución de máxima entropía de los módulos de las velocidades.
 - Determinar la distribución de máxima entropía de partículas según su velocidad.
- 2.5. Estimar los tiempos de relajación mecánico, térmico y químico cuando se pone en comunicación un depósito de 25 litros de gas propano a 500 kPa con la atmósfera.
- 2.6. Considérese la transmisión de calor en régimen estacionario en una varilla de paredes aisladas y cuyos extremos están en contacto con sendas fuentes térmicas a T_1 y T_2 con $T_2 < T_1$. Se pide:
- Demostrar a partir de que $\Delta S_{univ} > 0$ que el calor ha de fluir de T_1 a T_2 .
 - Variación de entropía de la varilla y de las fuentes.
 - Generación de entropía en la varilla y en las fuentes.
- 2.7. A partir de la ecuación entrópica fundamental, se pide:
- Deducir la ecuación de Gibbs-Duhem.
 - Deducir la ecuación de Clapeyron del equilibrio bifásico de una sustancia pura a partir de la anterior.
- 2.8. Determinar la máxima temperatura alcanzable T_{max} en un universo compuesto de:
- Tres sólidos perfectos, de la misma capacidad térmica, inicialmente a T_1 , T_2 y T_3 , respectivamente (con $T_1 < T_2 < T_3$), haciendo aplicación numérica para $T_1=300$ K, $T_2=400$ K y $T_3=500$ K.
 - Dos sólidos perfectos m_1c_1 y m_2c_2 inicialmente a T_1 y T_2 y una atmósfera infinita a T_0 , haciendo aplicación numérica para $T_1=400$ K, $T_2=500$ K y $T_0=300$ K, $m_1c_1 = m_2c_2$ y $m_1c_1 = 2m_2c_2$.

- 2.9. Dentro de un cilindro vertical hay 0,4 kg de nitrógeno encerrado con un émbolo superior de baja fricción cuyo peso da lugar a una sobrepresión de 35 kPa, estando el ambiente a 27 °C y 100 kPa. Considérese la siguiente evolución: 1) se sumerge el aparato en un baño de hielo/agua y se espera hasta el equilibrio (émbolo libre), 2) mediante las fuerzas apropiadas se obliga al pistón a reducir a la mitad el volumen ocupado por el gas, 3) se ancla el émbolo al cilindro para que no se mueva y se extrae el aparato del baño hielo/agua dejando que se atempere con la atmósfera, 4) se libera el anclaje y se permite el libre movimiento del émbolo. Se pide:
- Valores p - V - T en los estados de equilibrio considerados, numerándolos convenientemente.
 - Representación de la evolución en los diagramas p - V y T - s .
 - Variación de energía, de entalpía y de entropía entre los estados antedichos, así como calor y trabajo transferidos por el gas.
 - Volumen máximo (y presión correspondiente) que podría alcanzar el gas al soltar el émbolo.
- 2.10. Un cilindro horizontal de 10 cm² de sección y 40 cm de longitud está cerrado por un extremo. A 10 cm del fondo hay un tabique de pequeño espesor, con una válvula (a través de la cual se ha hecho el vacío) y una gran compuerta inicialmente cerrada. En el extremo abierto del cilindro se coloca un émbolo de 0,3 kg, de baja fricción, y en un momento dado se abre bruscamente la compuerta. Suponiendo que el aire encerrado alcanza el equilibrio interno antes de que el émbolo se haya desplazado apreciablemente, se pide:
- Hacer un esquema de la instalación propuesta y definir el estado inicial del gas encerrado (estado 0).
 - Calcular el estado termodinámico tras la apertura, antes del movimiento del émbolo (estado 1).
 - Calcular el estado termodinámico tras el equilibrado mecánico (estado 2).
 - Calcular el estado termodinámico al cabo de mucho tiempo (estado 3).
 - Hacer un esquema de la evolución en los diagramas p - V , T - s y p - h .
 - Calcular el incremento de entropía en cada proceso.
 - Determinar la posición más cercana al fondo que llegaría a alcanzar el émbolo.
- 2.11. En un cilindro abierto por arriba, un émbolo de latón de 11 cm de diámetro y 2 cm de espesor, encierra 0,1 mol de metano inicialmente en equilibrio, en un ambiente a 20 °C y 94 kPa. A partir de un cierto instante se eleva la temperatura a volumen constante hasta alcanzar una sobrepresión adicional equivalente a 500 mm de columna de agua y después se deja libre el émbolo. Se pide:
- Presión y altura inicial.
 - Presión y temperatura tras el calentamiento.
 - Presión, altura y temperatura tras el equilibrio mecánico.
 - Presión, altura y temperatura tras el equilibrio térmico total.
 - Representación de la evolución en los diagramas p - V y T - s .
 - Altura máxima y periodo del movimiento del émbolo (tras la suelta) en el límite de baja fricción.
- 2.12. Dentro de un cilindro vertical de 0,01 m² de sección hay 0,01 kg de nitrógeno encerrado con un émbolo superior de acero de baja fricción cuyo peso da lugar a una sobrepresión de 5 kPa, estando el ambiente a 20 °C y 93 kPa. Considérese la siguiente evolución: 1) mediante las fuerzas apropiadas se obliga al pistón a reducir lentamente en un 10% el volumen ocupado por el gas, y 2) se libera el anclaje y se permite el libre movimiento del émbolo. Se pide:
- Esquema de la evolución en un diagrama altura-tiempo.
 - Determinar el espesor del émbolo y su altura inicial.
 - Valores p - V - T en los estados de equilibrio considerados y diagrama p - V .

- d) Variación de energía entre los estados antedichos y para todo el ciclo, así como calor y trabajo transferidos entre los sistemas involucrados.
- e) Diagrama $T-s$ de la evolución.
- f) Variación de entropía y generación de entropía para todos los sistemas entre los estados antedichos y para todo el ciclo.
- 2.13. En un cilindro horizontal abierto por un extremo, un émbolo de latón de 15 cm de diámetro y 3 cm de espesor, encierra 0,5 mol de argón inicialmente en equilibrio con el ambiente. A partir de un cierto instante, se ancla el émbolo y se eleva 15 °C la temperatura mediante una fuente de calor, y después se retira la fuente y se deja libre el émbolo. Se pide:
- Determinar la posición del émbolo, la presión tras el calentamiento, y el calor recibido por el argón.
 - Diagramas esquemáticos $p-V$ y $T-s$ de la evolución prevista del argón. Indicar la bondad de establecer un modelo matemático lineal de los procesos.
 - Energía cinética máxima alcanzada por el émbolo.
 - Presión, posición del émbolo y temperatura en los estados de equilibrio mecánico y termodinámico.
 - Posiciones extremas del émbolo en su movimiento.
- 2.14. Dentro de un cilindro vertical de 0,01 m² de sección hay 0,01 kg de nitrógeno encerrado con un émbolo superior de 5 kg de acero. Considérese la siguiente evolución: 1) mediante las fuerzas apropiadas se obliga al pistón a reducir lentamente en un 10% el volumen ocupado por el gas, y 2) se libera el anclaje y se permite el libre movimiento del émbolo. Se pide:
- Esquema de la evolución en un diagrama altura-tiempo.
 - Determinar el espesor del émbolo y su altura inicial.
 - Valores $p-V-T$ en los estados de equilibrio considerados.
 - Variación de energía entre los estados antedichos y para todo el ciclo, así como calor y trabajo transferidos entre los sistemas involucrados.
 - Diagrama $T-s$ de la evolución.
 - Variación de entropía y generación de entropía para todos los sistemas entre los estados antedichos y para todo el ciclo.
- 2.15. En un cilindro vertical de 10 cm de diámetro y 0,5 m de altura, abierto por abajo, hay un émbolo de 10 kg que presenta un fuerza de fricción con el cilindro que se va a suponer independiente de la velocidad y de valor 20 N, estando inicialmente la cara superior del émbolo a 20 cm del fondo del cilindro, con aire atrapado entre ambos. Se pide:
- Hacer un esquema y determinar la presión inicial del aire atrapado, suponiendo que el émbolo está en equilibrio. ¿Cuál sería el efecto de la fricción?
 - Trabajo mínimo necesario para obligar a que la cara interior del émbolo quede a 40 cm del fondo, determinando el incremento de entropía del aire y del ambiente. ¿El aire atrapado recibe o cede energía en este proceso?
 - Masa de la pesa que habría que colgar del émbolo para que en el equilibrio quedase como se ha dicho en el punto anterior, y variación de energía de la pesa.
 - Determinar el punto más bajo que se alcanzaría si al colocar la pesa anterior se suelta bruscamente.
- 2.16. Dentro de un cilindro vertical de 60 cm de diámetro hay un émbolo de 10 kg que separa dos masas de gas. Inicialmente todo está a 15 °C, la parte de abajo ocupa 100 litros y contiene 0,2

kg de nitrógeno, y la de arriba ocupa 300 litros y está a 90 kPa. El émbolo está unido a la base inferior mediante un muelle de constante 250 kN/m. Considérese que todas las superficies son adiabáticas excepto la de la base inferior del cilindro, y que se pone en contacto térmico con una fuente a 800 K y se deja que se alcance el equilibrio. Se pide:

- a) Presión inicial del nitrógeno.
- b) Presión final del nitrógeno.
- c) Generación de entropía en el proceso.

2.17. En un cilindro vertical de 0,7 m de diámetro, un émbolo superior de 60 kg encierra un volumen de $0,5 \text{ m}^3$ de etileno en equilibrio con un ambiente a 98,5 kPa y 25 °C. A partir de ese estado inicial, se empuja el émbolo lentamente con una fuerza que realiza un trabajo de 95 kJ. Se pide:

- a) Masa de gas encerrado.
- b) Alturas inicial y final del émbolo.
- c) Trabajo recibido por el gas.
- d) Calor intercambiado.

2.18. Dentro de un cilindro de $0,1 \text{ m}^2$ de sección, un émbolo superior de 40 kg encierra una masa de un gas cuya capacidad térmica específica a presión constante y su masa molar son, respectivamente $c_p=1,92 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ y $M=42 \text{ kg}\text{kmol}$. El émbolo, cuyas superficies en contacto con el gas confinado y con el aire ambiente son adiabáticas, se encuentra unido a un punto fijo exterior por medio de un muelle perfectamente elástico cuya constante elástica es 225 kN/m. Inicialmente el gas se encuentra a temperatura ambiente y a una presión de 2,25 MPa ocupando un volumen de 50 L, el émbolo se halla, también a temperatura ambiente y anclado al cilindro y el muelle en su longitud natural. A partir de estas condiciones iniciales se quitan los anclajes del émbolo y tras un proceso lo suficientemente rápido como para que el proceso de expansión subsiguiente del gas pueda considerarse adiabático, se alcanza el equilibrio mecánico. Después se deja que todo el dispositivo se atempere. Suponiendo que la energía mecánica disipada por la fricción entre el cilindro y el émbolo se concentra en el émbolo, sabiendo que las condiciones del ambiente son 300 K y 100 kPa y que la fuerza de fricción en reposo se considera despreciable, se pide:

- a) Determinar la masa de gas confinado en el cilindro.
- b) Establecer las ecuaciones que determinan la temperatura, la presión, y el volumen ocupado por el gas al alcanzarse el equilibrio mecánico.
- c) Resolver el sistema anterior dando los valores de la temperatura, de la presión, y del desplazamiento del émbolo al alcanzarse el equilibrio mecánico.
- d) Calcular la energía disipada por la fricción entre el émbolo y el cilindro.
- e) Calcular el calor neto intercambiado con el ambiente en el proceso de atemperamiento.
- f) Calcular la producción el proceso global descrito.

2.19. Considérese un cilindro horizontal de 15 cm de diámetro y 75 cm de longitud, cerrado por ambos extremos, con un émbolo cilíndrico de 2 kg de acero, cuyo centro está inicialmente a $\frac{1}{4}$ de la longitud del cilindro, separando dos masas de aire. La presión y la temperatura iniciales del conjunto son las del ambiente, que está a 20 °C y 94 kPa. En una primera etapa se fuerza el desplazamiento del émbolo, lentamente, hasta la posición central del cilindro, y a partir de ahí se suelta. Se pide:

- a) Estimar el efecto del espesor del émbolo y calcular el trabajo necesario para desplazar el émbolo.
- b) Flujos de energía en el proceso anterior, para cada masa de aire.
- c) Estado de equilibrio mecánico tras la suelta (antes del atemperamiento).

- d) Flujos de energía en el proceso anterior, para cada masa de aire.
- e) Calor intercambiado con el ambiente y generación de entropía en el proceso global.