

Capítulo 20

Proyectos termotécnicos

Proyectos termotécnicos

El propósito de este capítulo es dar una idea de la problemática del diseño de sistemas térmicos, y en especial mostrar que, como todo proyecto, el diseño térmico debe tener un objetivo claro (aunque los medios para conseguirlo suelen estar difusos al principio), y cuya consecución siempre exige una solución de compromiso entre la calidad (prestaciones) y el coste (material y temporal).

Se van a usar indistintamente las palabras proyecto y diseño, entendiendo que significan la organización de la información y los recursos materiales y humanos para la consecución de un cierto objetivo; es decir, se trata de una planificación de ideas y recursos tendentes a un fin concreto.

El análisis de un problema en ingeniería puede tener diferentes objetivos:

- Diseño para la creación de un sistema que funcione (suele añadirse un estudio de optimización). Aunque parece una tarea básica del ingeniero, no suele figurar explícitamente en el curriculum académico, pues se necesita mucha experiencia y una visión de arriba a abajo que el alumno no llega a alcanzar en la Universidad.
- Contabilidad del funcionamiento de los sistemas, para registrar sus actuaciones y poder detectar posibles fallos (fallo es una discrepancia inaceptable entre la actuación observada y la esperada). Esta suele ser una de las tareas básicas de los ingenieros técnicos, y requiere unos buenos conocimientos de instrumentación e instalaciones.
- Auditoría del funcionamiento real de los sistemas, tratando de comprobar si las actuaciones son como se piensa, detectar ineficiencias, y proponer mejoras. La auditoría suele hacerse sólo cuando aparecen indicios de grandes desviaciones entre las expectativas y los hechos, o cuando se desea conocer con gran exactitud las actuaciones reales de un sistema antes de proceder a su mejora, sustitución, enajenación, etc.
- Análisis forense para determinar las causas de los fallos catastróficos, con el fin de tratar de evitarlos o minimizar su impacto en el futuro y, si procede, poder asignar responsabilidades.

Un proyecto de ingeniería es un estudio completo (eminentemente técnico, pero también económico y social) que capacita para la posterior realización (construcción, aprovechamiento, transformación) del objeto de estudio. Los tipos de proyectos de ingeniería más comunes son:

- Aprovechamiento de recursos naturales (materias primas: minerales, vegetales o animales).
- Construcción de infraestructuras (vivienda, caminos, puertos y aeropuertos, presas).
- Construcción mecánica (mecanismos, máquinas, vehículos).
- Transporte de energía y procesamiento de la información (electrotecnia, electrónica).
- Transformación química (físicoquímica, bioquímica).

Los proyectos termotécnicos suelen ir ligados a la construcción mecánica (máquinas térmicas) o a la transformación química (procesos térmicos), aunque otras veces pueden estar más directamente ligados al aprovechamiento de recursos naturales energéticos, su transporte, al acondicionamiento energético o térmico en la construcción de infraestructuras o de vehículos, etc.

Los sistemas térmicos suelen ser circuitos fluidos y estar integrados por elementos distinguibles: cambiadores de calor, compresores, expansores, depósitos, válvulas, mezcladores, tuberías de conexión y dispositivos de medida y control. Una característica distintiva de estos sistemas es que el coste de operación viene dominado por el consumo energético. En cualquier caso, las similitudes de la mayoría de los proyectos de ingeniería, permiten que el estudio de la problemática de los proyectos termotécnicos se pueda hacer de una manera más o menos general.

La expresión tangible de un proyecto de ingeniería suele ser un informe técnico (con connotaciones económicas, por supuesto) y puede ser interesante comentar cómo deben presentarse los resultados de un estudio técnico (o científico).

En primer lugar, según el detalle o el destino, los informes pueden ser de tres tipos:

- Informe de decisión, donde se enuncia brevemente el problema y se exponen resumidamente los resultados, conclusiones y recomendaciones.
- Informe de progreso, donde se presenta el problema, el estado del arte (los antecedentes), los métodos seguidos (analíticos, numéricos, experimentales) y los resultados y conclusiones aportados.
- Informe de archivos o de laboratorio, donde se deja constancia de todos los detalles que se juzga relevantes: datos originales (sin elaborar, ni analizar), tipo de equipo usado (marca y modelo de ordenadores, termómetros, radiómetros, balanzas, velocímetros, manómetros, libros de donde se han tomado los datos de propiedades de sustancias, algoritmos utilizados, etc.)

Se puede comprender que no sólo la extensión, sino hasta el estilo de redacción será diferente de un tipo de informe a otro, aunque conviene siempre redactar en impersonal (si se hace ... se obtiene ... deduciéndose ...) o en plural participativo (si hacemos ... obtenemos ... y deducimos ...)

Los pasos generales que conviene seguir en la confección de un informe son:

1. Esbozar en un papel tres o cuatro ideas clave en forma gráfica, de ecuaciones o de texto. Al menos debe figurar una indicación de desde dónde se parte, a dónde se quiere llegar (o se ha llegado) y qué camino se va a seguir (o se ha seguido). Estas ideas clave no sólo han de formar el esqueleto del informe, sino que sirven de guía durante la realización del trabajo.
2. Comprobar que se dispone de los datos y resultados apropiados (figuras, tablas) y si no, procurárselos.
3. Exponer, de manera informal y escueta, las ideas clave a un colaborador próximo, con el fin de ganar confianza en lo que se intenta transmitir, y recibir (escuchar) una primera impresión (crítica) que actúe de realimentación para mejor definir los objetivos.
4. Empezar redactando la parte original y más importante de informe (el método numérico desarrollado, el desarrollo de los ensayos experimentales, el análisis de los resultados), sin entrar en detalle en las otras partes (p.e. la introducción).
5. Redactar un borrador general con la formulación y los resultados (gráficos y tablas) bien detallados, y consultar con otro colaborador para pulir, no sólo técnica o científicamente, el informe, sino para hacerlo más comprensivo y atractivo.

Diseño conceptual

El proyecto (diseño) puede dividirse en diversas fases de definición. La primera corresponde al diseño conceptual, en la que, sin entrar en muchos detalles, se presenta un esquema completo de los condicionantes más relevantes y las soluciones previsibles. Esta es la etapa más crítica por su trascendencia (condiciona todo el resto), y la más creativa (no se puede automatizar y se requiere mucha experiencia y dominio de muchas áreas). Después del diseño conceptual (también llamado estudio de fase A, y a veces anteproyecto), suele realizarse un proyecto detallado que determine los valores concretos de las variables de estado (y sus intervalos de variación), incluyendo un diseño estructural o de infraestructura, un proyecto de funcionamiento y operación (guía de usuario), otro de mantenimiento, y un proyecto de producción. Y después de este proyecto detallado (fase B) se procede a la realización del proyecto (construcción de maquetas, prototipos, series, etc.), fase C, y a su verificación (fase D). En los proyectos pequeños a veces se agrupan las fases A y B por un lado, y las fases C y D por otro, mientras que en los proyectos grandes suelen dividirse las fases en subfases (A0, A1, A2...).

La formación universitaria en ingeniería suele centrarse en el estudio de los procesos básicos (p.e. mecánica de sólidos, termodinámica, mecánica de fluidos, transmisión de calor, elasticidad y resistencia de materiales, electricidad, informática, etc.), al menos en los primeros cursos, mientras que en la práctica los proyectos vienen condicionados por el comportamiento general de sistemas (interacciones entre procesos para un propósito conjunto). Esta idea de subordinación de los procesos elementales ante un propósito común

(objetivo) es difícil de enseñar porque no es generalizable (depende de cada caso particular) y por eso suele dejarse para la formación post-universitaria en la empresa, donde las disponibilidades particulares (sobre todo en conocimientos y en mercado) irán definiendo mejor el problema.

Las partes que conforman un proyecto son: objetivo, estado del arte, diseño propiamente dicho, optimización y plan de ejecución (Fig. 20.1). Aunque aparecen en orden de desarrollo cronológico, es fundamental darse cuenta de que siempre se trata de un proceso iterativo (flujo de información retroalimentado), pues, p.e., de nada valdrían las partes anteriores si no se piensa desde un principio en la viabilidad del diseño.

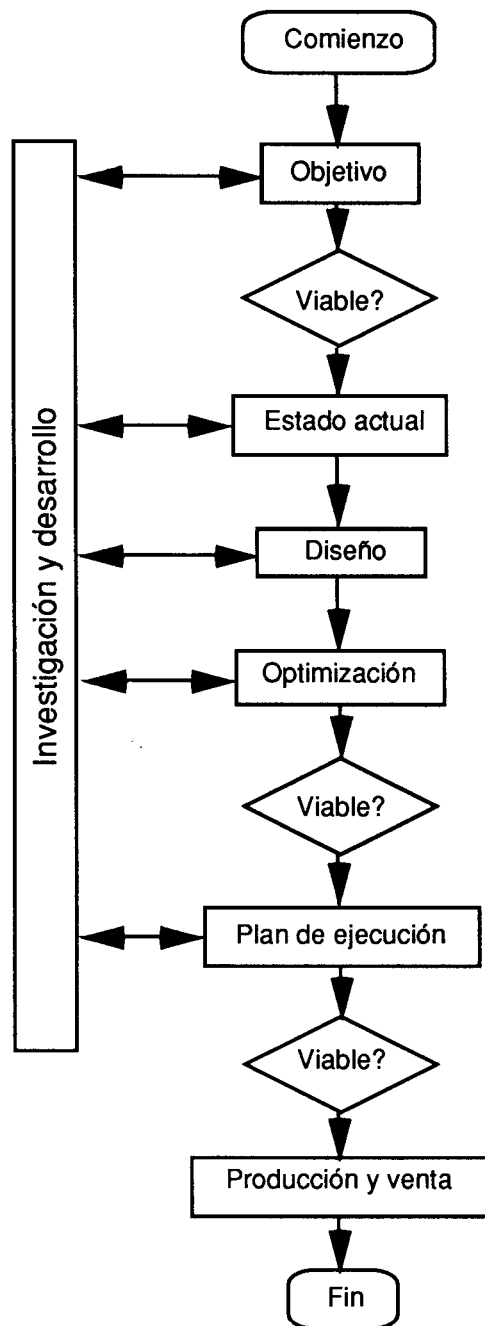


Fig. 20.1. Diagrama del flujo de información en un proyecto de ingeniería.

El objetivo o propósito del proyecto debe presentar una justificación de la necesidad o conveniencia de su realización en base a los beneficios que se prevé conseguir y los costes asociados, que serán enunciados con claridad, y que pueden referirse a aspectos económicos (monetarios), sociales, científicos, políticos (p.e. militares), etc. La exposición de objetivos es crucial, pues son precisamente estas ideas sobre beneficios y costes las que deben ayudar a los responsables de la ejecución a tomar la decisión de seguir adelante con el proyecto o no. El objetivo del proyecto lo fija el cliente, aunque como es imposible fijar todos los detalles, lo que en realidad se exige al proyectista es que cumpla con una serie de condiciones que, en orden de prioridad, pueden clasificarse en:

- Requisitos particulares definitorios del proyecto (p.e. que un cierto acondicionador de aire sea capaz de calentar en invierno y enfriar en verano).
- Especificaciones particulares del proyecto, también de obligado cumplimiento (p.e. que sea capaz de evacuar 3 kW de un local a 18 °C con un ambiente exterior a 40 °C e inyectar 4 kW desde un ambiente a -10 °C a un local a 25 °C con una eficiencia energética mayor de 3, que dé un nivel de ruido menor de 60 dB, que esté disponible en menos de un mes, etc.)
- Estándares generales de obligado cumplimiento (p.e. conexiones eléctricas normalizadas). Estas normas no son específicas de un proyecto concreto.
- Recomendaciones deseables en todo proyecto: sencillez, facilidad de montaje y supervisión, robustez, y en resumen, bueno, bonito y barato.

El estado del arte (estado actual de los conocimientos sobre el tema) debe analizarse con profundidad, pues la base del método científico y del progreso humano es construir aprovechando la base anterior, y no partiendo de cero (re-inventar la rueda). Se debe hacer una revisión de la bibliografía correspondiente, apuntando los antecedentes más relevantes, y situar el proyecto bajo esa perspectiva como una interpolación, una extrapolación, una ramificación, un salto (alguna relación tendrá con lo anterior, y si no, es de sospechar). También se suele incluir aquí, después de esta referencia bibliográfica, el estado actual de disponibilidades locales (equipo humano, conocimientos, materiales, etc.), para luego tratar de probar la factibilidad del proyecto. Además, se suele incluir un estudio del estado actual del mercado (oferta y demanda de bienes similares), riesgos potenciales (estudio de fiabilidad) y proyecciones futuras.

El diseño propiamente dicho es un informe técnico (con cálculos y esquemas gráficos) en el que se presenta una descripción general del sistema propuesto, se descompone éste en subsistemas (unos de carácter común, como la alimentación másica y energética, el control de estado, el soporte estructural, y otros más específicos del proyecto), y se analizan con algún detalle sus funciones y relaciones, llegando a veces hasta la descripción de los componentes elementales más característicos. Todo el diseño ingenieril se basa en la capacidad de predicción de los conocimientos científicos. Una vez descrito el sistema o sistemas propuestos, hay que realizar un estudio serio de la viabilidad de su ejecución, tratando de demostrar que las necesidades expuestas en la descripción pueden satisfacerse

con las disponibilidades existentes, o identificando claramente los bienes y servicios que sería necesario obtener de otra parte. Este estudio de viabilidad deberá permitir a los responsables de la ejecución tomar la decisión de acometer el proyecto o no. Hay que tener presente que la incertidumbre en el análisis de viabilidad disminuye al avanzar el diseño. Ligado al estudio de viabilidad está el de validación o verificación del diseño global o de algún aspecto del diseño (un modelo matemático, un procedimiento de fabricación, un ensayo de aceptación, etc.) que puede basarse en uno o más de los criterios siguientes:

- Experiencia del proyectista en otros diseños y trabajos parecidos.
- Inspección visual de resultados parciales o análogos.
- Juicio sobre la adecuación de los procedimientos usados para el diseño con los objetivos del proyecto.
- Comprobación experimental sobre alguna réplica del objeto.
- Comprobación experimental sobre el objeto mismo.

La optimización del diseño no siempre es necesaria, pues a veces basta con que el sistema funcione. Pero otras veces, el coste de realización es tan alto que el coste adicional de un estudio de optimización puede ser rentable (mejores prestaciones/precio). Otras veces la optimización es necesaria para garantizar la competitividad del producto en un mercado bastante saturado. En cualquier caso, de lo que se trata es de estudiar los coeficientes de sensibilidad de la función objetivo (lo que se trata de optimizar, que será una relación beneficio/coste) respecto a las variables que en ella influyen, y tratar de modificar estas variables a conveniencia.

El plan de ejecución debe presentar un diagrama de tiempos con los plazos previsible, los pasos a dar en cada plazo, los procedimientos de control en cada paso, la distribución de riesgos y costes, etc. Este planteamiento debe permitir a los responsables de la ejecución juzgar la viabilidad práctica del proyecto (un buen diseño y una buena disposición de recursos humanos y materiales puede no dar un buen fruto si la organización no es adecuada).

Como ya se ha dicho, este flujo de información (Fig. 20.1) es interactivo y está fuertemente acoplado, es decir, puede considerarse como una secuencia iterativa en la que a cada paso se refina el modelo (se definen mejor los objetivos, se profundiza en el análisis del estado del arte, se dividen los sistemas en subsistemas y se identifican componentes clave, se estima mejor el plan de ejecución, etc). Se necesita un Director de Proyecto que centralice y coordine todos estos flujos de información, marcando el ritmo interno y sirviendo de conexión con el exterior. El es el responsable ante el comité de toma de decisiones, que es quien controla las bifurcaciones representadas en la Fig. 20.1.

La investigación (o lo que se viene en llamar investigación y desarrollo, I+D), es un trabajo de búsqueda de nuevas ideas a la luz de un objetivo más o menos difuso y unos indicios más o menos concretos, motivada por la necesidad de resolver nuevos problemas. La investigación en ingeniería suele ir ligada a la búsqueda de soluciones a problemas materiales actuales, y ella va guiando la definición de objetivos deseables, el conocimiento del estado actual de desarrollo de proyectos similares, la profundización en el conocimiento de áreas de

particular interés, el diseño de nuevas realizaciones a partir de otras anteriores, su optimización, el establecimiento de planes de ejecución, de producción, de venta, de mantenimiento, de amortización, etc.

Modelización

El diseño conceptual no puede reducirse a una mera descripción del sistema propuesto (ni aun acompañado de esquemas de la instalación y su funcionamiento), sino que debe incluir un modelo matemático cuantitativo, aunque sea rudimentario. En las sucesivas iteraciones este modelo irá refinándose, creciendo en volumen y en detalle, incorporando cada vez más interrelaciones entre subsistemas, hasta llegar en último término a los modelos específicos de cada componente particular que se vaya a utilizar.

Está claro que con modelos simples no se pueden contemplar todas las especificaciones; aún más, en la práctica ningún modelo, por detallado y voluminoso que sea, puede contemplar todas las especificaciones, pues éstas suelen ser difusas (p.e. que el objeto sea fácil de producir y de reparar, que sea atractivo). Por otra parte, las especificaciones nunca son completas y muchas de ellas se suponen implícitas (p.e. que no haga peligrar la integridad física del operador). Pero para llegar a entender de verdad un sistema se necesita establecer un modelo (se suele decir que cualquier modelo es mejor que ningún modelo). Incluso, si un problema resulta excesivamente complicado, puede ser muy ilustrativo resolver otro que tenga alguna relación con el anterior. El nivel de detalle y de incertidumbre se elegirán adecuados para optimizar el esfuerzo (no es bueno considerar las diferentes partes con niveles muy diferentes de detalle, y resultaría una pérdida de tiempo tratar de ajustar mucho en una parte cuando todavía no se sabe si se necesitará).

Para la modelización, se elige una función objetivo deseable (alguna relación bueno/malo o bueno-malo). Luego se introducen las variables que se piensa van a ser dominantes, y con ayuda de las leyes físicas (p.e. leyes de conservación de ciertas magnitudes en cierto tipo de evolución) y de los datos pertinentes (físicos y económicos) se hace un planteamiento matemático (modelo), cuya resolución y análisis servirá de aval para la viabilidad del proyecto.

Para saber las variables que intervienen (hay que desechar la idea del alumno que espera encontrar en el enunciado de un problema todas las variables que intervienen, y nada más que ellas), se empieza haciendo un estudio de las magnitudes de interés, sus escalas y órdenes de magnitud (para ver cuáles son las dominantes), y la incertidumbre asociada, agrupando las variables en conjuntos adimensionales, lo que reduce el tamaño del problema y evita el tener que llevar un minucioso control de las unidades físicas. Es muy importante no retener en el análisis aquellas variables cuya influencia sea inferior al nivel de incertidumbre aceptado, pues lo contrario complicaría el estudio sin mejorarlo.

Para establecer las leyes físicas aplicables, conviene recordar que en la mayoría de los casos se tratará de flujos de masa (de especies inertes en general), de flujos de impulso (o balances de fuerza), de flujos de energía (trabajo, calor, convección) y de flujos de información.

Los datos, si son pocos, no suelen ofrecer dificultad, pero muchas veces los datos son muchos porque no se ha conseguido relacionar mediante leyes físicas sencillas algunos comportamientos. Para establecer el modelo matemático de los datos empíricos se procede a un ajuste paramétrico (algebraico) para comprimir la información; para ello, primero se elige el tipo de función a usar, guiado por la intuición física y la forma de las dependencias (es de gran ayuda la representación gráfica paramétrica), y segundo, se ajustan los coeficientes de la función elegida a partir de los datos conocidos y una condición de mínimo sesgo (p.e. por el método de mínimos cuadrados), calculándose también la bondad del ajuste (p.e. desviación cuadrática media). En el Apéndice 2 pueden encontrarse más detalles.

El análisis de los resultados se presentará preferentemente en forma gráfica, pues ello ayuda enormemente a la comprensión por el evaluador, mostrando más claramente las tendencias, virtudes y defectos.

Se van a modelizar a continuación algunos problemas de diseño para ilustrar el camino a seguir¹.

Diseño de un calentador eléctrico doméstico

Se trata de diseñar un calentador doméstico de agua sanitaria (para la ducha, baño, lavabo, fregadero, etc). La idea de calentador de agua doméstico ya impone unos condicionantes cuantificables: se puede empezar suponiendo que se trata de calentar agua desde 10 °C hasta 60 °C. Si el clima es frío tal vez el agua entre a 5 °C, pero no mucho más fría porque se congelaría. Si el calentador ha de estar lejos del punto de consumo tal vez fuera necesario calentar más para compensar las pérdidas posteriores, pero está claro que el usuario no desea quemarse con agua hirviendo (de hecho, a partir de 45 °C ya resulta desagradablemente caliente).

Hay muchos procedimientos de calentar agua; desde una instalación que aproveche la radiación solar hasta una bomba de calor que caliente el agua extrayendo energía del aire ambiente. Aunque lo más económico suele ser un calentador por combustión de gas, lo más limpio es un calentador eléctrico. Ciñéndonos a esta solución, entran en consideración otros factores (que si se tratase de uno de gas p.e. no aparecerían), y así, hay que tener presente que la potencia eléctrica instalada en un hogar suele ser pequeña (en España típicamente 3,3 kW), y ello limita el caudal de agua caliente obtenible en régimen continuo. Supondremos que se va a usar una potencia de 3 kW, con lo que cuando funcione el calentador sólo podrán estar encendidas algunas bombillas y el frigorífico, pero no más (tal vez convendría dejar un margen mayor, para la TV, el equipo de música y otros electrodomésticos de bajo consumo). Una primera conclusión que se va a deducir de este análisis es si el calentador eléctrico en régimen continuo es viable o habrá que operar en régimen transitorio, calentando agua despacio, almacenándola (sin que pierda mucha temperatura) y utilizándola a toda velocidad cuando sea necesario (la mayoría de los calentadores eléctricos domésticos funcionan así).

El balance energético del calentador en régimen estacionario, suponiendo que no hay pérdidas, nos da:

1. Sherwin, K., "Engineering design for performance", John Wiley and Sons, 1982.

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{c\Delta T} = \frac{3000}{4200 \cdot (60 - 10)} = 0,014 \text{ kg/s} = 0,86 \text{ litros por minuto} \quad (20.1)$$

que es bastante pequeño para una ducha (los pequeños calentadores comerciales a gas ya dan 5 litros por minuto), pero que aquí supondremos aceptable para no complicar más la exposición.

Dentro de los posibles métodos eléctricos para calentar el agua (por conducción y convección desde una resistencia eléctrica, por radiación infrarroja, por microondas, etc.), elegimos el que nos parece más sencilla: una resistencia eléctrica arrollada exteriormente a la tubería por el interior de la cual va a circular el agua. Ello implica que la pared de la tubería habrá de estar más caliente que el agua, pues el flujo de calor será $\dot{Q} = hA(T_{pared} - T_{agua})$, de donde también se deduce que el salto de temperatura entre la pared y el agua será casi constante porque el flujo de calor viene dado por el arrollamiento y será uniforme, y el coeficiente de convección h depende poco de la temperatura. Por tanto, la temperatura del agua irá subiendo linealmente a lo largo del tubo, de la misma manera que lo hará la temperatura de la pared del tubo, manteniendo entre ellas una diferencia constante.

Pero esta modelización unidimensional de la temperatura del agua (implícitamente asumida) es sólo una aproximación a la realidad, donde la temperatura no solo crece a lo largo del tubo sino que también crece transversalmente en una sección, desde el centro hasta la pared, donde el agua alcanzará localmente la temperatura de la pared, por lo que es imperativo no permitir que la temperatura de la pared alcance los 100 °C (suponiendo que la presión de trabajo no va a ser muy diferente a la atmosférica estándar), ya que si no el agua entraría localmente en ebullición, apareciendo los enormes problemas prácticos de corrosión y formación de depósitos salinos. Se toma pues una temperatura máxima de la pared de 95 °C (siempre se deja un cierto margen de seguridad), lo cual implica que el salto de temperatura entre el tubo y el agua va a ser siempre de $(95-60)=35$ °C.

El objetivo concreto que se va a perseguir con esta modelización es el dimensionado del calentador en términos de diámetro y longitud de tubo necesarios; posteriormente se trataría de empaquetar el tubo de la forma más compacta posible, de calcular el aislamiento térmico necesario para que las pérdidas de calor al aire exterior sean despreciables como aquí se va a suponer, etc.

Se puede elegir que el agua circule en régimen laminar o turbulento, siendo en general preferible este último para la transmisión de calor por ser más efectivo, aunque requiere más potencia de bombeo del fluido. De las enseñanzas de transmisión de calor por convección, se toma la correlación de Dittus-Boelter (Cap. 12):

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad \text{con} \quad Nu \equiv \frac{hD}{k}, \quad Re \equiv \frac{VD}{\nu} \quad \text{y} \quad Pr \equiv \frac{\rho v c}{k} \quad (20.2)$$

siendo V la velocidad media del fluido, relacionada con el gasto másico y el área de la sección recta por $\dot{m} = \rho VA$. También se sabe que para asegurar que el régimen sea turbulento ha de ser $Re > 4000$, y para que no haya grandes pérdidas por fricción conviene que sea lo

menor posible, así que se elige $Re=4000$, lo que nos determina ya el diámetro de la tubería puesto que se sabe el gasto, resultando $D=4,5$ mm; se ha tomado $v_{agua}=10^{-6}$ m²/s que es un dato fácilmente recordable, aunque convendría mirar con más precisión este valor en el rango de temperaturas de funcionamiento, ya que la viscosidad de los líquidos disminuye bastante con la temperatura. A la vista de las disponibilidades comerciales estándar, se adopta un diámetro interior nominal de $D=5$ mm.

Tomando para el agua a 35 °C $\nu=0,76 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $c=4200$ J.kg⁻¹.K⁻¹, $\rho=994$ kg.m⁻³ y $k=0,62$ W.m⁻¹.K⁻¹, resulta un número de Prandtl $Pr=5,1$ y un número de Reynolds $Re=4700$, que sustituidos en (20.2) dan un número de Nusselt $Nu=38,4$ y un coeficiente de convección $h=4760$ W.m⁻².K⁻¹, que significa un flujo de calor por unidad de área de pared $\dot{Q}/A=h\Delta T=4760 \cdot (95-60)=167$ kW/m² y por tanto una longitud del tubo $L=1,14$ m, para transmitir los 3 kW.

Se ha cumplido pues el objetivo previsto de determinar el diámetro y la longitud de tubo adecuados. Por otra parte, la caída de presión del agua en el calentador se calcularía a partir de la fórmula de Blasius o equivalente (Cap. 12):

$$\Delta p = -\left(1 + \lambda \frac{L}{D}\right) \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \text{con } \lambda = 0,04 \text{ ó } \lambda = \frac{0,3}{Re^{1/4}} \quad (20.3)$$

donde se ha puesto el 1 para sumar a la pérdida de presión por fricción en el tubo la pérdida de presión dinámica a la salida. Sustituyendo valores en (20.3) se obtiene 24 kPa. El posterior arrollamiento del tubo para producir un calentador compacto aumentaría un poco esta pérdida de presión y mejoraría algo la transmisión de calor, todo ello debido a la corriente secundaria que se formaría en los codos por efecto Coriolis.

Diseño de un radiador de coche

Supóngase que se trata del proyecto de un típico radiador de coche, es decir, de un cambiador de calor agua/aire que elimine el calor recibido por el agua de refrigeración que circula por el interior de un motor térmico alternativo. Este es un ejercicio más bien pedagógico, pues en la práctica convendría adquirirlo en el mercado, ya que se trata de un equipo muy desarrollado y disponible (bastaría con que se hiciese un estudio de selección del equipo adecuado a las necesidades particulares de este proyecto, de entre toda la oferta disponible).

La Fig. 20.2a muestra la disposición del equipo (su ubicación en un contexto más amplio). En un primer análisis se pueden despreciar los acoplamientos secundarios (p.e. pérdidas de calor en conductos, consumo energético de la bomba de circulación del agua y del ventilador de flujo forzado de aire), y considerar dados el calor a evacuar \dot{Q} (que para un pequeño turismo será p.e. 30 kW, del mismo orden que la potencia mecánica que proporciona el motor, según enseña la teoría de máquinas térmicas, Cap. 17), la temperatura de entrada del agua T_{we} (p.e. 100 °C pues, aunque ha de ser algo más baja que la de ebullición, puede presurizarse un poco), y la temperatura de entrada del aire T_{ae} (p.e. 25 °C, que será la temperatura ambiente, aunque convendría elegir el valor máximo esperado, según las normas).

La Fig. 20.2b muestra un detalle del radiador que se propone diseñar (el tipo de radiador se supone que se ha decidido a partir del estudio de soluciones similares). Se desea calcular el tamaño del radiador (en realidad la profundidad L_x , ya que la anchura L_y y la altura L_z vienen fijadas por el área frontal disponible, que la fija el diseñador del coche y no el del radiador), el número de chapas o aletas (o lo que es lo mismo, la separación entre ellas B), el diámetro hidráulico equivalente de los tubos de agua D (en realidad serán aplanados para que ofrezcan menos resistencia al paso del aire) y el número de estos tubos N .

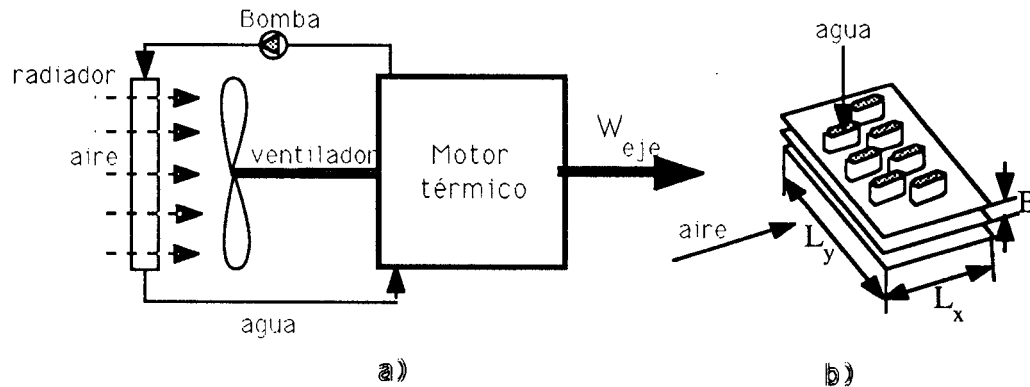


Fig. 20.2. Esquema de un radiador de coche para refrigeración del motor: a) conexiones externas, b) detalle de su geometría.

La teoría de transmisión de calor enseña que en un cambiador gas/líquido el lado de gas es el dominante ya que en él la transmisión de calor es menos efectiva. En primera aproximación se puede suponer que la transmisión de calor desde las chapas al aire será mucho mayor que la debida a la superficie de los tubos de agua, pudiendo modelizarse el problema como uno de transmisión de calor en tubos (tubo de aire de anchura L_y y altura B , al que corresponde un diámetro hidráulico $D_a=2B$). Suponiendo además flujo laminar desarrollado (a comprobar posteriormente), la teoría de la transmisión de calor enseña que el número de Nusselt es $Nu=hD/k=2hB/k\approx 4$, por lo que:

$$\dot{Q} = hA\Delta T = Nu \frac{k}{2B} 2L_y L_z \frac{L_x}{B} \Delta T = (L_y L_z k Nu) \frac{L_x \Delta T}{B^2} \quad (20.4)$$

siendo $A=2L_y L_z L_x/B$ el área bañada por el aire (se supone que el espesor de las chapas es mucho menor que la separación B entre ellas) y ΔT un valor representativo del salto de temperatura entre el aire y las chapas.

Los parámetros entre paréntesis en (20.4) son fijos, y el objetivo es que L_x sea lo menor posible. En realidad también B influye en la función de coste, tanto de adquisición como de funcionamiento, pues la potencia del ventilador auxiliar dependerá de B , pero su influencia es tan grande que hay que recurrir al valor mínimo practicable, que viene a ser de 1 mm (el espesor típico es $\approx 0,2$ mm). Queda pues por analizar el salto de temperatura apropiado. En primera aproximación se puede suponer que el gasto másico de aire será suficientemente grande (pese a asumir que el flujo es laminar) como para pensar que $\Delta T \approx (100^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}) = 75^\circ\text{C}$. Tomando como valores típicos $L_y = 0,4$ m, $L_z = 0,3$ m, $k = 0,025$ W.m⁻¹.K⁻¹, y con $\dot{Q} = 30$ kW, de (20.4) se obtiene $L_x = 0,03$ m, que resulta coincidente con los valores normales en la práctica, pese a haber introducido tantas y tan drásticas aproximaciones.

Al haber supuesto que el flujo de aire es alto, pero laminar, se puede tomar un número de Reynolds $Re=vD/\nu=2000$, que con $D=2B$ y $\nu=20\cdot 10^{-6}$ m²/s, proporciona una velocidad $v\approx 15$ m/s, que habrá que conseguir ayudado con el ventilador si la velocidad relativa del aire no es suficiente. Ahora se puede estimar cuánto se calentará el aire. A partir de $\dot{Q} = \dot{m}c\Delta T = \rho v L_y L_z c \Delta T$ y con $\rho=1,2$ kg/m³ se calcula un $\Delta T=14$ °C, con lo que ahora se podría ajustar mejor el salto térmico entre el aire y las chapas, aunque antes conviene estimar el salto térmico en el flujo de agua. Procediendo similarmente, asignando un $Re=2000$, una porosidad (sección total de tubos dividido por sección total del radiador) $\approx 0,5$, y una caída de temperatura en el agua menor que la caída en el aire (p.e. $\Delta T=10$ °C), se llega a que el diámetro hidráulico es del orden de 12 mm y que habrá unos 60 tubos de agua, lo cual completa el diseño previsto al principio.

Diseño de una caldera pirotubular

Se va a acometer el diseño de una caldera de tubos de humo a presión atmosférica, Fig. 20.3a, como las que se usaban antiguamente, pues su diseño es más fácil; hoy día la mayoría de las calderas son de tubos de agua a presión, como se esquematiza en la Fig. 14.4. Además del tipo de caldera, se toman como datos la potencia térmica $\dot{Q}=0,3$ MW y el combustible a usar un fuelóleo de composición ponderal 86% de carbono, 12% de hidrógeno y 2% de inquemados, a quemar con un 20% de exceso de aire.

El objetivo va a ser dimensionar los tubos de humo, aunque ello se reduce al cálculo del número de tubos en paralelo N y su longitud necesaria L , pues el diámetro se va a fijar en el valor $D=5$ cm, basado en soluciones parecidas, ya que aunque se verá que conviene que sea lo menor posible, $D=5$ cm es un límite inferior razonable teniendo en cuenta que han de poderse limpiar (deshollinar); además así no será necesario vencer una gran pérdida de presión.

Primero se empieza estimando el flujo másico. Para ello se toma un rendimiento energético típico de calderas, $\eta=0,8$ (a comprobar a posteriori), y se ve cuánto combustible se necesita quemar. El poder calorífico (inferior) puede estimarse como suma ponderada del de los combustibles básicos:

$$PCI = \sum_{\text{combustibles}} y_i PCI_i = 0,86 \cdot 33 + 0,12 \cdot 143 = 45,5 \text{ MJ / kg} \quad (20.5)$$

y por tanto el gasto de fuelóleo necesario para dar la potencia pedida es:

$$\dot{m}_{\text{fuel}} = \frac{\dot{Q} / \eta_{\text{energético}}}{PCI} = \frac{0,3 \cdot 10^6 / 0,8}{45,5 \cdot 10^6} = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg / s} \quad (20.6)$$

El gasto de aire se determina a partir del aire teórico y el exceso de aire propuesto. El aire teórico para el carbono ($C+O_2=CO_2$) es $(32/12)/0,233=11,44$ kg_{aire}/kg_{carbono}, y para el hidrógeno ($H_2+(1/2)O_2=H_2O$) es $(16/2)/0,233=34,33$ kg_{aire}/kg_{hidrógeno}, luego para ese fuelóleo será $A_o=0,86 \cdot 11,44+0,12 \cdot 34,33=14$ kg_{aire}/kg_{fuelóleo}, y por tanto $A=A_o(1+e)=14(1+0,2)=17$ kg_{aire}/kg_{fuelóleo}, lo que da un gasto total de productos $\dot{m} = \dot{m}_{\text{fuel}}(1+A)=0,15$ kg/s.

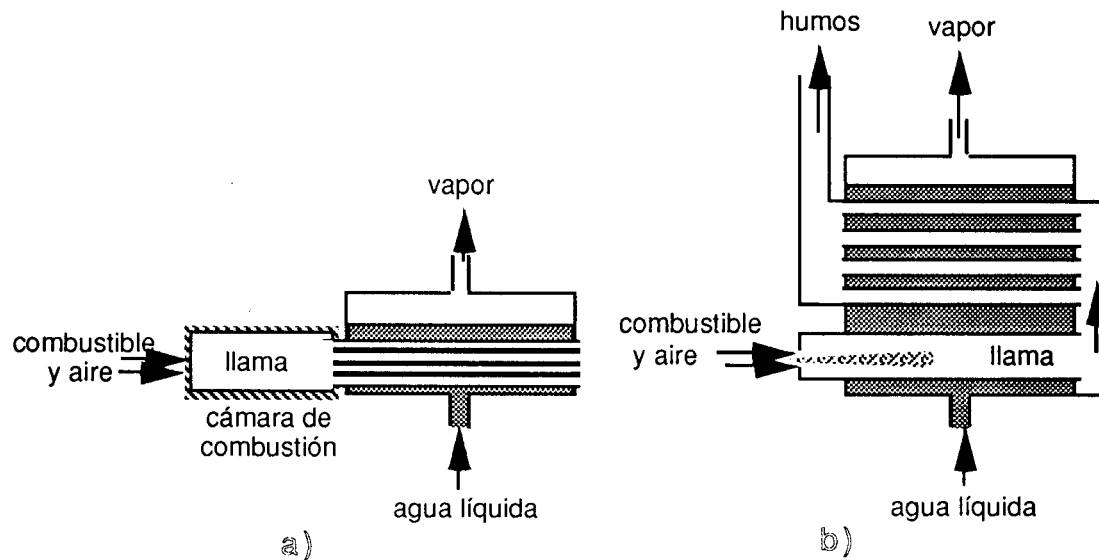


Fig. 20.3. a) Esquema de la caldera de tubo de humo cuyo dimensionado se estudia en el texto; b) modificación propuesta para mejorar el diseño.

En régimen continuo, la temperatura de salida de la cámara de combustión, supuesta adiabática como en la Fig. 20.3a, será la temperatura de combustión adiabática T_{ad} , dada por (16.32) que aquí toma la forma:

$$T_{ad} = T_{entrada} + \frac{\dot{m}_{fuel} PCI}{\dot{m} c_p} = 300 + \frac{0,0082 \cdot 45,5 \cdot 10^6}{0,15 \cdot 1300} = 2210 \text{ K} \quad (20.7)$$

donde se ha supuesto que no había precalentamiento a la entrada ($T_{entrada}=300 \text{ K}$) y se ha tomado un c_p medio de los gases de escape a alta temperatura de valor $c_p=1300 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La temperatura de salida de los humos de la caldera viene relacionada con el rendimiento energético, y como se ha supuesto para éste un valor de 0,8, ello implica que la temperatura de salida T_{salida} correspondiente vendrá dada por:

$$(1 - \eta_{térmico}) \dot{m}_{fuel} PCI = \dot{m} c_p (T_{salida} - T_{entrada}) \quad (20.8)$$

de donde, tomando ahora $c_p=1100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ como valor medio de los gases de escape a temperaturas medias, se obtiene $T_{salida}=750 \text{ K}$

La caldera propiamente dicha no es más que un cambiador de calor gas/agua, donde el gas entra a 2210 K y sale a 750 K, mientras que el agua permanece a temperatura constante de 373 K, cambiando de fase a presión atmosférica. El objetivo aquí es calcular la longitud de tubo necesaria, la cual viene dada por la relación:

$$\dot{Q} = UA\Delta T = h_{gas} N \pi L D \Delta T \quad \text{con} \quad \frac{h_{gas} D}{k_{gas}} = Nu(Re, Pr) \quad (20.9)$$

donde se han despreciado las resistencias térmicas de la pared del tubo y del lado del agua en (12.22), y por tanto $U=h_{gas}$, y el salto medio de temperatura viene dado por (12.24):

$$\Delta T = \frac{\Delta T_{entrada} - \Delta T_{salida}}{\ln \frac{\Delta T_{entrada}}{\Delta T_{salida}}} = \frac{(2210 - 373) - (750 - 373)}{\ln \frac{1837}{377}} = 922 \text{ K} \quad (20.10)$$

Aunque el diámetro se ha fijado y se conoce el gasto, el número de Reynolds variará con el número de tubos en paralelo:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi N D \mu} \quad (20.11)$$

Conviene que el régimen sea turbulento para mejorar la transmisión de calor, pero no muy alto para que no haya mucha pérdida de presión, así que se elige $Re=4000$ (Cap. 12), con lo que (20.11), tomando una viscosidad media a alta temperatura $\mu=55 \cdot 10^{-6}$ Pa.s, suministra el número de tubos apropiado: $N = 4 \dot{m} / (\pi Re D \mu) = 4 \cdot 0,15 / (\pi \cdot 4000 \cdot 0,05 \cdot 55 \cdot 10^{-6}) = 17,4$, así que se toma $N=17$ para estar por el lado seguro ($Re=4100 > 4000$). Tomando para el número de Prandtl el valor típico de los gases $Pr=0,7$ (no se hace corrección por temperatura), la fórmula de Dittus-Boelter (Cap.12) da un número de Nusselt:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} = 0,023 \cdot 4100^{0,8} \cdot 0,7^{0,4} = 15,5 \quad (20.12)$$

al cual le corresponde por (20.9) un coeficiente de convección $h_{gas} = Nu k_{gas} / D = 15,5 \cdot 0,056 / 0,05 = 17,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, donde se ha corregido la conductividad térmica según se dedujo en (10.32): $k_T = k_o (T/T_o)^{1/2}$, siendo k_o el valor a la temperatura T_o ($k_{aire} = 0,025 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ a 300 K) y T la temperatura media aritmética (1480 K) entre la entrada (2210 K) y la salida (750 K).

Finalmente, despejando de (20.9) se obtiene la longitud de la batería de tubos:

$$L = \frac{\dot{Q}}{\pi h N D \Delta T} = \frac{0,3 \cdot 10^6}{\pi \cdot 17,4 \cdot 17 \cdot 0,05 \cdot 922} = 7,0 \text{ m} \quad (20.13)$$

Ni que decir tiene que la longitud de la caldera no tiene por qué ser de 7 m, pues bastaría con disponer dos bloques de 17 tubos y hacer que los gases realicen dos pasos por la caldera para que ésta se acorte a la mitad.

Por otra parte, conviene estimar la pérdida de presión, para iniciar el diseño de la chimenea (tiro natural) o el equipo de ventilación (tiro forzado), la cual vendrá dada por (20.3), donde ahora $L=7 \text{ m}$, $D=0,05 \text{ m}$, $\rho = p / (RT) = 10^5 / (287 \cdot 1480) = 0,235 \text{ kg/m}^3$, $V = \dot{m} / (\rho A) = 0,15 / (0,235 \cdot 17 \cdot \pi \cdot 0,05^2 / 4) = 19 \text{ m/s}$, de donde se obtiene:

$$\Delta p = - \left(1 + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{1}{2} \rho V^2 = - \left(1 + 0,04 \frac{7}{0,05} \right) \frac{1}{2} \cdot 0,235 \cdot 19^2 = 0,3 \text{ kPa} \quad (20.14)$$

que equivale a una potencia necesaria de bombeo $P = \dot{m} \Delta p / \rho = 200 \text{ W}$, donde no se ha tenido en cuenta la pérdida de presión en la cámara de combustión.

En primera aproximación, una caldera de $\dot{Q} = 0,3 \text{ MW}$ como ésta sería capaz de generar un gasto de valor $\dot{m}_{\text{vapor}} \approx \dot{Q} / h_{lv} = 0,3 \cdot 10^6 / 2,3 \cdot 10^6 = 0,13 \text{ kg/s}$. En el mercado existen calderas pirotubulares de potencias más bajas y, p.e., para una de la mitad de potencia, funcionando con el esquema de la Fig. 20.3b, las dimensiones externas de la caldera propiamente dicha son 0,9 m de diámetro por 1,6 m de largo, con un peso total de 1000 kg.

Una mejora considerable en el diseño sería la propuesta en la Fig. 20.3b, donde la cámara de combustión está inmersa en la caldera y por tanto en ella se transmite ya mucho calor al agua, que la rodea. Si se toma un diámetro típico de 60 cm para la cámara de combustión se puede rehacer el dimensionado y comprobar la mejora (menor superficie de transmisión).

Diseño de la vela de un balandro²

Se desea estimar el tamaño de la vela apropiada para una embarcación unipersonal capaz de ser transportada encima de un coche.

De los condicionantes del objetivo se deduce que el casco será de unos 4 m de largo por 1,5 m de ancho. La vela actúa como superficie aerodinámica sustentadora, es decir, en régimen continuo, obliga a que el fluido se acelere más en el lado convexo que en el cóncavo, apareciendo unas depresiones y sobrepresiones que dan lugar a una fuerza resultante que será prácticamente perpendicular a la dirección del viento si se desprecia la resistencia al avance (paradoja de d'Alembert)³. De la Fig. 20.4 se deduce que el empuje en la dirección del movimiento relativo al agua será $F_w \sin \theta$, apareciendo una fuerza de vuelco $F_w \cos \theta$.

La fuerza de vuelco obliga a una deriva lateral que, si existe una adecuada superficie sustentadora bajo el agua (la quilla), será muy pequeña, la suficiente para dar una fuerza de reacción igual en el agua (cuya densidad es mil veces mayor que la del aire). Sin embargo, queda un par de vuelco $LF_w \cos \theta$, donde la distancia L será del orden de $H_o \approx 1,5 \text{ m}$ (desde el centro de presiones de la quilla al inicio de la vela) más $H/3$ (hasta el centro de presiones de la vela, de altura H).

El par de vuelco lo ha de compensar el tripulante, inclinando su cuerpo (de masa $m \approx 70 \text{ kg}$) unos $D \approx 0,5 \text{ m}$ fuera de la vertical; es decir, $LF_w \cos \theta = Dmg$. Si se toman como valores típicos $\theta_{\text{mínimo}} = 45^\circ$, un coeficiente de sustentación aerodinámica $c_L \equiv F_w / (\rho V^2 A / 2) \approx 1$ (siendo ρ la densidad del aire, V su velocidad relativa a la vela y A el área de ésta) y una esbeltez para la vela (altura/anchura) $\Lambda \approx 3$ (con lo que $A = H^2 / \Lambda$) se tendrá:

$$Dmg = LF_w \cos \theta = \left(H_o + \frac{H}{3} \right) c_L \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{H^2}{\Lambda} \cos \theta \quad (20.15)$$

2. Este problema de diseño no es de tipo térmico, pero se incluye aquí como deferencia hacia el alumnado de ingeniería naval (al que actualmente instruye el autor).

3. Ver p.e. White, F., "Mecánica de Fluidos", McGraw-Hill, 1983.

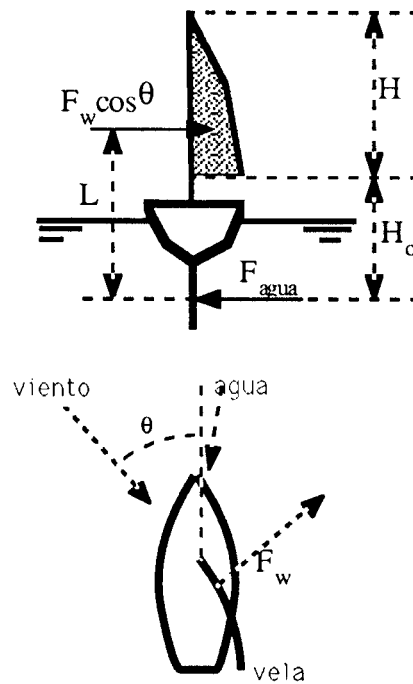


Fig. 20.4. Esquema de fuerzas sobre un balandro.

donde ya sólo queda por determinar la altura de la vela en función de la velocidad esperada del aire. Si se supone para esta última un valor máximo de $V \approx 8$ m/s (ya se empieza a rizar la mar y formar espuma), la ecuación (20.15) nos proporciona una $H = 3,5$ m ($A = 4,3$ m²), a la que correspondería un mástil algo mayor de 4 m, así que si se ha de respetar esta cota, se dispondría una vela algo menos esbelta.

Simulación

La simulación es la ejecución de un modelo matemático (u otro fenómeno físico, relacionado con el problema de interés, p.e. analogía eléctrica) que sirva para predecir el comportamiento futuro de un sistema real, normalmente con ánimo de estudiar múltiples posibilidades, optimizar el punto de funcionamiento, y estudiar el funcionamiento fuera de las condiciones normales (límites, modos con fallo parcial, etc).

La conveniencia de la modelización y simulación de proyectos aumenta al aumentar el coste de reajuste. Si el coste es bajo, es mejor adquirir una solución similar o tratar de producirla sin un diseño detallado. Pero si el coste de reajuste de las soluciones existentes o las realizaciones previsibles es grande, no es rentable andar probando soluciones sino que se necesita estudiar con detalle las posibles soluciones y realizar un diseño específico. Como los ensayos físicos resultan caros, los ensayos de un modelo matemático pueden ser muy rentables (si el modelo es bueno). En cuanto el número de parámetros que intervienen es grande hay que recurrir a la simulación digital en ordenador.

La simulación puede llevarse a cabo de distintas maneras: numérica o analógica (hoy día todo se hace numéricamente con ordenadores), continua o discreta (aunque en la simulación digital todo se discretiza), determinista o aleatoria (en la entrada de datos), estática o dinámica (en el tiempo), programada o controlada (en la respuesta), etc.

Una vez modelizado cada uno de los componentes principales del sistema (conviene considerar pocos elementos clave y elegir el modelo más sencillo en cada caso, aunque luego haya de mejorarse), se dispone ya de un conjunto de ligaduras matemáticas entre las variables de interés, a saber: la función objetivo (que será una desigualdad para un sistema que funcione, o una extremal para un sistema óptimo), las ecuaciones de conservación (balances másicos, de fuerzas y de energía), los límites aplicables a cada componente y los límites en la interacción entre componentes. Para resolver este problema matemático se empieza analizando su varianza o grados de libertad con que cuenta (variables menos ecuaciones); las desigualdades pueden dejarse a un lado y luego comprobar que la solución las cumple, y los grados de libertad pueden fijarse empíricamente, con lo cual el problema se ha reducido a uno de búsqueda de raíces de un sistema de ecuaciones, que se resuelve por inversión directa si es lineal, o por algún procedimiento iterativo si es no lineal (p.e. Newton-Raphson).

Después de resolver el problema en algún punto, si la relación entre el incremento esperado de beneficios y el coste adicional lo justifica, se procede a liberar grados de libertad y estudiar la sensibilidad de la función objetivo a los diversos parámetros, buscando un punto de funcionamiento que optimice la función objetivo y analizando el funcionamiento del sistema fuera del punto de diseño.

Optimización

Se tratan aquí algunos procedimientos de optimización de problemas estacionarios y deterministas, lo que también se conoce como investigación operativa. El problema general consiste en maximizar $y=y(x_1, x_2, x_3, \dots, a_1, a_2, a_3, \dots)$, siendo x_i las variables y a_i los datos, sujeto a las ecuaciones $f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, a_1, a_2, a_3, \dots)=0$ y a las desigualdades $g_i(x_1, x_2, x_3, \dots, a_1, a_2, a_3, \dots) \geq 0$. Para manejar mejor las desigualdades conviene introducir variables complemento χ_i tal que $g_i(\chi_i, x_1, x_2, \dots, a_1, a_2, \dots)=0$.

Búsqueda directa

Supóngase el caso más sencillo de búsqueda del máximo de una función univariante $y=y(x)$ no sujeta a más restricciones que la de estar en un intervalo dado X_2-X_1 . Sea n el número de búsquedas a realizar; según el método seguido, la incertidumbre en la localización del máximo será $\Delta x=(X_2-X_1)/(n/2)$ si se hace una búsqueda lineal, $\Delta x=(X_2-X_1)/2^{n/2}$ si se usan bisecciones y $\Delta x=(X_2-X_1)/F_n$ si se usa la serie de Fibonacci ($F_0=1, F_1=1, F_i=F_{i-2}+F_{i-1}$).

Si la función es multivariante, pero no hay ligaduras, puede hacerse una búsqueda en malla multidimensional (que es muy ineficiente), o hacer una búsqueda monovariante alternada (p.e. se eligen todos menos un parámetro, por bisecciones se encuentra su valor óptimo, se deja libre otro y se repite el proceso), o bien se puede hacer una búsqueda de máximo gradiente (se elige un punto, se calcula el gradiente de la función objetivo y se avanza en esa dirección).

Para funciones multivariantes con ligaduras, o bien se busca el mínimo de la función $y+\lambda_j f_j$ en donde los coeficientes de ponderación λ_i se eligen empíricamente (multiplicadores de

Lagrange) y se van ajustando iterativamente hasta que la solución verifique las ligaduras, o bien se hace una búsqueda siguiendo la curva que marca las ligaduras.

Multiplicadores de Lagrange

Este método es aplicable a ecuaciones entre variables continuas. Las desigualdades g_i , o se quitan y se verifica luego que se satisfacen (y si no, se cambia el planteamiento), o se consideran igualdades (lo cual añade una rigidez artificial al problema); en realidad se recurre a soluciones mixtas. El problema matemático se reduce a resolver $\partial(y+\lambda f_i)/\partial x_i=0 \forall x_i$ en función de los λ_i , que son los coeficientes de sensibilidad respecto a las restricciones.

Programación dinámica

En este apelativo, lo de programación no se refiere al logical y lo de dinámica no se refiere a la variable tiempo. Se trata de un método discretizado del cálculo variacional, en el que la función objetivo no depende detalladamente de una variable x sino de una integral de ella, o en términos discretos $y=\sum f_i(x_i)=\text{mínimo}$, con $i=0..n$. Un ejemplo típico ya considerado en el Cap. 19 es el de minimizar la potencia total de un grupo de compresores para un salto de presiones dado; otro ejemplo es el de minimizar el área total en una serie de intercambiadores precalentadores en una turbina de vapor, y en general otros procesos por etapas en los que los estados inicial y final son dados y se trata de minimizar una suma.

Los procedimientos generales de resolución de estos problemas son complicados (teoría de grafos), y normalmente se recurre a una yuxtaposición de minimizaciones locales, partiendo de un extremo conocido y eligiendo de entre todas las subsiguientes posibilidades la óptima local (la que minimiza ese paso).

Programación lineal

Se trata aquí de conseguir $y=\sum a_i x_i = \text{mínimo}$ sometido a las ligaduras $\sum b_{ij} x_j \geq c_i$ (entendiéndose con el signo \geq que puede referirse a igualdades o desigualdades), con $i=0..n$ y $j=0..m$. Para la resolución, se aplica el Método Simplex (propuesto por Dantzig en 1947), que consiste en ir explorando los vértices del poliedro de definición de las variables x_i ; para ello se empieza añadiendo variables complementarias para pasar las desigualdades a igualdades, y se redefinen todas las variables para que $x_i=0 \forall i$ sea un punto de funcionamiento.

Programación geométrica

Este es un método de optimización muy ventajoso en ciertos casos. Sirve para funciones objetivo de la forma:

$$y = \sum_1^N c_i \prod_1^K x_k^{a_{ik}} = \text{mínimo}, \quad \text{sujeto a} \quad \sum_{N+1}^M c_j \prod_1^K x_k^{a_{jk}} = 1 \quad (20.16)$$

pudiendo ser los exponentes a_{ik} y a_{jk} reales (no necesariamente enteros) y siendo $M=K+1$ (es decir, el número total de términos igual al de variables más uno). Esta última condición es

llamada por Duffin (1967) de cero grados de libertad, y puede ser relajada, pero a expensas de una gran complicación. La solución se obtiene directamente de resolver el sistema:

$$\left. \begin{aligned}
 y_{\text{mínima}} &= \prod_1^N \left(\frac{c_i}{w_i} \right)^{w_i} \cdot \prod_{N+1}^M \left(\frac{c_j}{w_j} \right)^{\mu w_j} \\
 \sum_1^N w_i &= 1 \\
 \sum_{N+1}^M w_j &= 1 \\
 \sum_1^N a_{ik} w_i + \sum_{N+1}^M a_{jk} w_j &= 0 \quad \forall k
 \end{aligned} \right\} \quad (20.17)$$

que son $1+1+1+K$ ecuaciones con el mismo número de incógnitas: $y_{\text{mínima}}$, μ y $M=1+K$ incógnitas w . Respecto al método de los multiplicadores de Lagrange, donde habría que resolver K ecuaciones no lineales, se aprecia la ventaja de que aquí el sistema (20.17) es lineal.

Aspectos económicos

Una condición necesaria para el éxito de un proyecto de ingeniería es la de ofrecer una solución técnica viable, pero eso no es suficiente; todo proyecto necesita una viabilidad económica positiva. Los recursos disponibles (mano de obra, materiales, tiempo) son siempre finitos, y la economía es la ciencia del reparto de bienes escasos codiciados. Cuando estas consideraciones se aplican a sistemas térmicos se habla de termoeconomía.

La magnitud que mide el valor presente de los bienes económicos (materiales o de servicio) es el dinero. Como función universal de calibración del dinero suele tomarse la masa de oro equivalente en un instante dado (es decir, que en el estado de equilibrio del mercado en ese instante resulta igualmente codiciado, en promedio). Aunque la relación dinero/oro no variase en el tiempo, la mera disponibilidad del dinero (el crédito) es ya un bien codiciable y se está dispuesto a pagar un tanto proporcional (el interés) por su uso, además de devolver el capital prestado, por lo que al comparar el valor del dinero relativo a instantes diferentes de tiempo hay que actualizarlo a un valor de referencia común. Por otra parte, la relación dinero/oro suele aumentar con el tiempo (la inflación), por lo que se habrá de pagar más interés para compensar esta depreciación.

Normalmente se distingue entre valor de un bien (lo que costaría en un mercado en equilibrio) y coste (lo que realmente se paga por él). El estudio de viabilidad práctica de un proyecto de ingeniería debe incluir una estimación de costes para su comparación con el valor de mercado: si se trata de la producción de un bien sustitutivo, está claro que sólo será viable si su coste es inferior al valor de mercado, mientras que si se trata de la producción de un bien nuevo, el mercado se reajustará imponiéndose un valor desconocido, que habrá que estimar para compararlo con el coste previsto y ver su rentabilidad.

El coste de un proyecto será la suma del coste de los módulos en que se pueda considerar dividido (p.e. investigación, diseño, producción, operación o venta y mantenimiento), aunque suele calcularse como suma de costes financieros (dinero a desembolsar al exterior para adquirir dinero prestado y servicios externos), más costes de material (materias primas consumidas, amortización de equipo propio o alquiler de ajeno), más costes de personal. Además, si en las partidas anteriores sólo se ha considerado el coste directamente atribuible a un proyecto particular, habrá que añadirle la parte proporcional de gastos generales de infraestructura financiera, material y humana.

Una primera y drástica simplificación en el análisis económico de un proyecto de ingeniería consiste en considerar como coste total la suma del coste inicial de adquisición del equipo necesario para producir, más el coste de producción (de materias primas y energía) durante el tiempo esperado de vida, después del cual se supone nulo el valor residual. La función objetivo es este coste total de vida, el cual se trata de minimizar. En los proyectos térmicos, estos costes vienen muy influidos por el rendimiento energético del proceso técnico propuesto, por lo que en realidad se tratará siempre de un análisis termoeconómico.

Aunque en el modelo simplificado anterior puede suponerse que el valor del dinero no varía con el tiempo, como la complicación que introduce el considerar un interés constante i no es grande, suelen actualizarse los costes a un instante común de referencia temporal, normalmente el inicial. La relación entre el valor del dinero futuro y el presente será:

$$\frac{D_{\text{futuro}}}{D_{\text{presente}}} = (1 + i)^n \quad (20.18)$$

siendo n el número de períodos e i el interés en un período (normalmente se da el interés anual y se dividirá por el número de períodos anuales; para capitalización continua sería $D_{\text{futuro}}/D_{\text{presente}} = \exp(in)$). Por ejemplo, 1000 Pta iniciales, al 10% de interés anual, equivalen a $1000/(1+0,1)^1 = 1100$ Pta si se capitaliza al cabo de un año, o a $1000/(1+0,1/6)^6 = 1104$ Pta si se capitaliza bimestralmente y $1000 \exp(0,1) = 1105$ Pta si la capitalización fuese continua; de modo análogo, el valor en el instante t de 1000 Pta de vencimiento a un año depende de la frecuencia de capitalización disponible: $1000/(1+0,1)^{-1} = 909$ Pta si sólo se puede capitalizar una vez al año, o $1000/(1+0,1/6)^{-6} = 906$ Pta si pudiera hacerse capitalización bimestral.

Cuando se utiliza (20.18) para calcular i conocidos los demás términos, a esa i se le llama rentabilidad económica del proyecto o tasa de retorno. Otras veces, en lugar de calcular la rentabilidad durante el período de vida, se calcula el tiempo de funcionamiento necesario para amortizar la inversión, que obviamente deberá ser menor que el tiempo esperado de vida, si se van a obtener beneficios.

Cuando, en lugar de actualizar un dinero (asociado a un tiempo dado) a su valor presente, se desea actualizar una serie de entregas (amortizaciones) iguales y equiespaciadas temporalmente, haciéndose la primera entrega al final del primer periodo, el valor actual será:

$$D_{\text{presente}} = A \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \quad (20.19)$$

siendo A la entrega en cada plazo (amortización), n el número de periodos e i el interés en cada periodo. Por ejemplo, el valor actualizado inicial de 12 mensualidades de 1000 Pta al 15% anual será: $D_{presente} = 1000 \cdot [1 - (1 + 0,15/12)^{-12}] / (0,15/12) = 11080$ Pta, mientras que si las 12000 Pta se entregasen juntas al final del año el valor actual sería: $D_{presente} = 12000 \cdot (1 + 0,15)^{-1} = 10435$ Pta, obtenido utilizando (20.18) a la inversa.

Otras veces interesa calcular el coste actual de una serie temporal de cantidades de dinero crecientes, como los costes de mantenimiento, y se procedería de modo análogo.

Existen otros muchos factores económicos que pueden tener gran influencia en un proyecto, y a veces es, p.e., la política de impuestos y exenciones fiscales (los gobiernos locales o estatales pueden gravar o promocionar artificialmente unas actividades u otras) la que controla la rentabilidad de una inversión. A este respecto hay que añadir el posible impacto de la política de amortización y depreciación de equipos, que, aunque está regulada por las leyes contables, deja cierta flexibilidad a la empresa. Otros aspectos de tipo social pueden ser también muy influyentes: aceptación por la comunidad de los daños o riesgos ecológicos, prestaciones sociales a los empleados, etc.

Para tratar de predecir el precio futuro de bienes y servicios suele acudir a la extrapolación de series temporales de los indicativos elementales dominantes, como puede ser la evolución tecnológica (p.e., caída progresiva del precio de los sistemas de regulación y control), el desarrollo del mercado (al aumentar la competencia bajan los precios), la inflación, etc.

Al igual que en el proyecto meramente técnico hay que tener presente la incertidumbre en las propiedades de los materiales (y también en el dimensionado de componentes y en el modelizado de los procesos), en el análisis económico hay que tener presente la incertidumbre en la estimación de costes asociada a todo lo anterior, así como la posible incertidumbre en la estimación del futuro valor de mercado. El riesgo en el análisis económico disminuye con la experiencia de los proyectistas y con el desarrollo del proyecto.

RECAPITULACION

1. Los proyectos termotécnicos son problemas de ingeniería que, aunque obedecen a las ecuaciones tradicionales de la física, están sujetos a unas condiciones de contorno incompletas, determinándose el resto por la condición de optimización económica.
2. En el diseño de sistemas térmicos no sólo son necesarios los conocimientos técnicos, sino que la solución viene fuertemente condicionada por aspectos económicos (monetarios), sociales (mano de obra) y políticos (exenciones e impuestos). Aquí se ha centrado el estudio en el diseño técnico conceptual.
3. El aspecto más característico de los problemas técnicos es que admiten una modelización matemática. Una de las principales tareas del analista es elegir los parámetros que mejor representen (proporcionen mayor exactitud con menor esfuerzo) el comportamiento real del sistema. El problema se plantea entonces como la consecución (y optimización) de una función objetivo $y(x_i)$ dependiente de las variables x_i y sujeto a las restricciones $g_i(x_i) \geq 0$.

4. La modelización (tanto numérica como analógica) permite la simulación del comportamiento del sistema de una manera económica y segura (p.e. estudio de respuesta a fallos), y en particular permite la optimización de los parámetros de diseño.
5. Se han esbozado varios de los diversos métodos de optimización existentes, y algunos aspectos económicos generales.

PROBLEMAS

- 20.1. Se trata de optimizar el diseño de un depósito esférico de $D=9,5$ m de diámetro, para el almacenamiento de amoníaco. Si el amoníaco se almacenase a la temperatura ambiente de $25\text{ }^\circ\text{C}$, se necesitaría una presión de 1 MPa y el depósito de acero inoxidable sería muy caro, así que conviene almacenarlo a menor presión y temperatura T aunque ello obligue a disponer de un aislamiento térmico y a recondensar el vapor que la transmisión de calor generará. Suponiendo los datos siguientes:

Curva de presión de vapor del amoníaco: $\ln p = 113 - 19300/T$ con p en Pa y T en K.

Entalpía de vaporización del amoníaco: $h_{lv} = 1,2$ MJ/kg.

Conductividad térmica del aislante: $k = 0,04$ W.m⁻¹.K⁻¹.

Coste del depósito de acero: $C_{acero} = 100 + 55(p-1)$ en kPta con p en bar.

Coste de un espesor L de aislamiento: $C_{ais} = 17,5.L^{0,9}$ kPta/m² con L en metros.

Coste de la recondensación: $C_{recond} = 2,5$ Pta/kg.

Vida esperada: $t_{vida} = 50\ 000$ h.

Se pide:

- a) Establecer la función objetivo con las dos únicas variables T y L .
- b) Tomar como valores iniciales $T = 5^\circ\text{C}$ y $L = 0,1$ m y determinar el coste total y la sensibilidad respecto a las variables.
- c) Calcular la solución óptima.

Sol.: a) $C_{total} = 100 + 55[\exp(113 - 19300/T)/10^5 - 1] + \pi D^2 17,5.L^{0,9} + 0,9(298 - T)/L$; b) $C_{total} = 724$ kPta, $\partial C_{total}/\partial L = -0,6$ Pta/m, $\partial C_{total}/\partial T = 7,7$ kPta/K; c) $C_{total} = 598$ kPta, $T = -23\text{ }^\circ\text{C}$, $L = 0,197$ m.

- 20.2. Se desea optimizar el coste de un gasoducto de diámetro D , longitud $L = 100$ km y gasto másico $\dot{m} = 50$ kg/s, eligiendo apropiadamente la presión de bombeo p_1 y la de destino p_2 de manera que se pueda recuperar trabajo en la estación de destino al descargar el gas nuevamente a la presión ambiente $p_o = 1$ bar. En la estación de bombeo se usarán varios compresores (N_c) de rendimiento adiabático 0,8 con refrigeración intermedia hasta $5\text{ }^\circ\text{C}$ por encima del ambiente ($T_o = 15\text{ }^\circ\text{C}$). En la estación de destino se usarán varias turbinas (N_t) de rendimiento adiabático 0,85 con refrigeración intermedia hasta $5\text{ }^\circ\text{C}$ por encima del ambiente. Tomando los siguientes datos:

Coste inicial de cada grupo motor-compresor: $C_{ic} = 30 + 20.W_e$ en kPta con W_e en kW.

Coste inicial de cada grupo turbina-generator: $C_{it} = 40 + 25.W_e$ en kPta con W_e en kW.

Coste inicial de cada cambiador de calor: $C_{icc} = 15$ kPta/m².

Coste inicial de la conducción (zanja y tubería): $C_{ij} = 50.D^2$ kPta/m con D en metros.

4. En los grandes gasoductos de transporte suele haber estaciones de bombeo cada 80 km o 100 km.

Coste de la electricidad en la estación de bombeo: 3 Pta/MJ.

Coste de la electricidad en la estación de destino: 2,5 Pta/MJ.

Vida: 15 años.

Determinar el diámetro, el número de compresores, el número de turbinas, las potencias y el coste total.

Sol.: $D=0,72$ m, $N_c=4$ (de relación de presiones 2,3), $N_t=3$ (de relación de presiones 0,43), $P_{el\acute{e}ct,comp}=41$ MW, $P_{el\acute{e}ct,turb}=12$ MW, $Coste=9136$ MPta.

20.3. Se desea optimizar una instalación solar para calefacción y agua caliente sanitaria cuyos principales componentes son un colector plano que cuesta 2 kPta/m² y un depósito de agua caliente que cuesta 10 kPta/m³. La temperatura ambiente es de 10 °C, y se desea almacenar diariamente 200 MJ de energía térmica por encima de 25 °C (que se considera la mínima de utilidad). Se supone que el captador absorbe un flujo medio de 260 W/m² durante 10 horas diarias, perdiendo parte por convección a la atmósfera a razón de 2 W.m⁻².K⁻¹ durante las 10 horas de funcionamiento. Se pide:

a) Establecer la función objetivo (mínimo coste inicial) en función del tamaño del colector y del depósito.

b) Determinar los valores óptimos.

Sol.: a) $Coste=2.A+10.V$ en kPta, con A en m² y V en m³, sujeto a la condición $A.(230-47,7/V)=5555$; b) $A=29,2$ m², $V=1,2$ m³.

20.4. La figura representa una instalación de pasteurización de leche que utiliza una bomba de calor. La leche se toma de los camiones de recogida a 7 °C, se calienta hasta 73 °C (permaneciendo a esta temperatura 20 segundos) y se enfría hasta 4 °C para enviarla a la planta de empaquetado. El flujo de leche ha de ser de 4 kg/s durante 4 horas al día, $c_{leche}=3750$ J.kg⁻¹.K⁻¹, el coeficiente global de transmisión de calor del intercambiador 500 W.m⁻².K⁻¹, y el de los demás cambiadores 600 W.m⁻².K⁻¹. La eficiencia energética de la máquina refrigerante es del 75% de la que correspondería a un ciclo de Carnot entre las temperaturas de evaporador y condensador. Las temperaturas de entrada y salida del agua de refrigeración se consideran dadas (30 °C

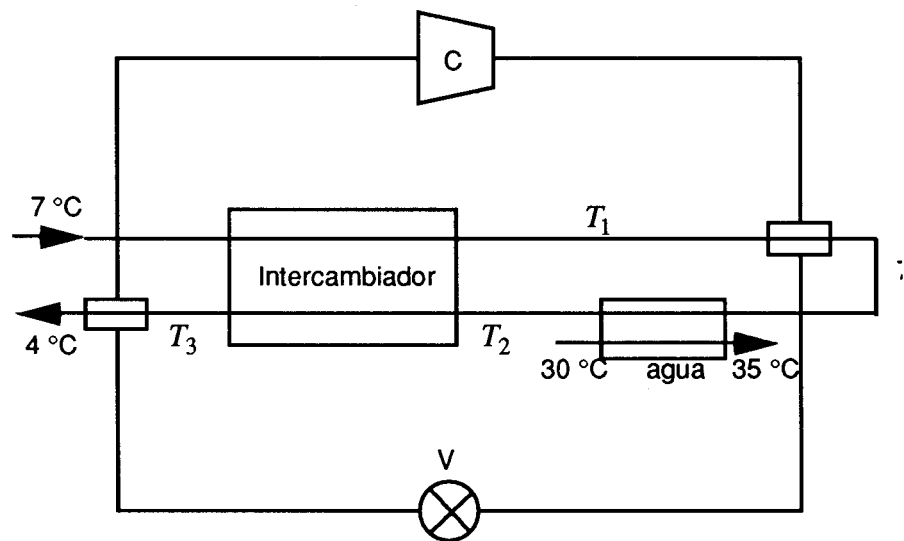


Fig. P-20.4.

y 35 °C). Se desea optimizar el coste total inicial actualizado para una vida económica de la planta de 6 años, con valor de rescate nulo, y los siguientes precios: coste del compresor (con motor) 120 \$/kW, coste de cualquier cambiador de calor 95 \$/m², coste de la electricidad 0,035 \$/kWh, interés de actualización 9%.

Sol.: $T_{cond}=80$ °C, $T_{evap}=-2$ °C, $T_1=55,7$ °C, $T_2=16,3$ °C, $T_3=65$ °C, $\dot{m}_{agua}=5,7$ kg/s, $P_{compr}=74,7$ kW, $A_{inter}=156$ m², $A_{cond}=31$ m², $A_{evap}=28$ m², $A_{agua}=5,5$ m², $Coste=47000$ \$.

- 20.5. Determinar el número óptimo de etapas de una planta de desalinización de expansión múltiple como la representada en la figura, con los siguientes datos: producción de agua potable 50 kg/s, entrada de agua de mar a 15 °C, temperatura máxima 120 °C, temperatura del vapor (saturado) de calentamiento 150 °C y su precio 0,1 Pta/MJ, precio de cada etapa 1,2 MPta, precio de los cambiadores de calor 10 kPta/m² y $U=2800$ W.m⁻².K⁻¹, vida 20 años e interés del dinero 8%. El agua de mar contiene 3500 ppm y la salmuera no debe contener más de 7000 ppm en peso de sales disueltas.

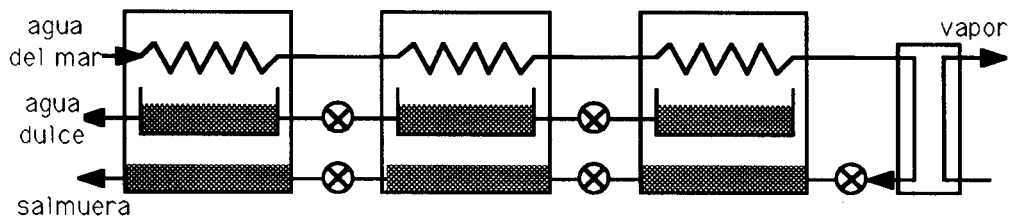


Fig. P-20.5.

Sol.: Ver el problema 14.4.