GLOBO ESTRATOSFÉRICO (STRATOSPHERIC BALLOON)

Enunciado

Considérese un globo estratosférico de 130 m de diámetro a 40 km de altitud sobre la base de McMurdo en Antártica (latitud ϕ=−77.8º), en el solsticio iluminado. Del globo cuelga una barquilla de 2 m de diámetro a 60 m del globo. Suponiendo despreciable el efecto del aire (a esa altitud es p<0,3 kPa), que el globo es blanco y la barquilla negra, se pide:

a) Calcular los factores de vista desde el globo a tierra, y desde la barquilla al globo y a tierra, así como la elevación del sol sobre el horizonte a mediodía y a medianoche, despreciando el efecto de las nubes.
b) Plantear el balance térmico estacionario del globo considerado isotermo, calculando las cargas térmicas suponiendo que en la Antártida el albedo es ρ_s=0,9 y la emisión infrarroja terrestre por encima de la atmósfera es M=160 W/m^2.
c) Calcular la temperatura del globo.
d) Plantear el balance térmico estacionario de la barquilla considerada isoterma.
e) Calcular la temperatura de la barquilla.

Solución

a) Calcular los factores de vista desde el globo a tierra, y desde la barquilla al globo y a tierra, así como la elevación del sol sobre el horizonte a mediodía y a medianoche, despreciando el efecto de las nubes

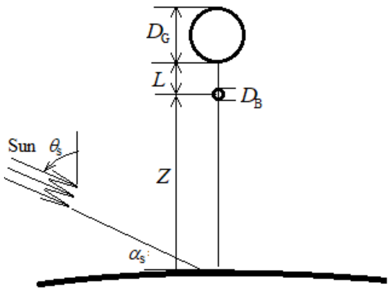
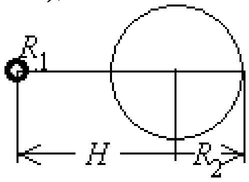
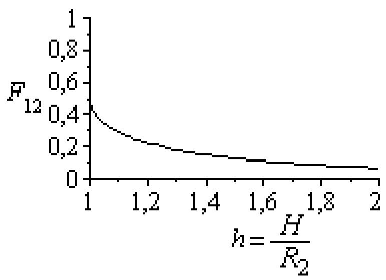


Fig. 1. Esquema de la configuración.

En primera aproximación, los factores de vista de cada esfera (en realidad estos globos tienen forma de pera) a la Tierra serán F_{GT}=F_{BT}=½ (modelo de Tierra plana). Con el modelo de dos esferas tabulado:

From a small sphere of radius R_1 to a much larger sphere of radius R_2 at a distance H between centres (it must be $H>R_2$, but does not depend on R_1), with $h\equiv H/R_2$. 	$F_{12}=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{h^2}}\right)$ (e.g. for H=R_2, F_{12}=1/2)	

tomando para el radio medio terrestre R_T=6370 km (aunque el radio polar es 14 km menor), se obtiene F_{GT}=F_{BT}=0,44 (la diferencia entre globo a barquilla es inapreciable por ser L<<Z<<R_T). Con la misma fórmula, el factor de vista desde la barquilla al globo es F_{BG}=0,073.

Para determinar la altura solar, podemos razonar así: si estamos en el Polo Sur, la altura solar será siempre la declinación solar (cambiada de signo), i.e. en el solsticio sur, δ_s=–23,5º y α_s=23,5º durante las 24 horas de ese día; si nos desplazamos angularmente 90–77.8=12,2º para situarnos en McMurdo, a mediodía el sol estará más elevado, α_s=23,5+12,2=35,7º, y a medianoche más bajo, α_s=23,5–12,2=11,3º.

b) Plantear el balance térmico estacionario del globo considerado isotermo, calculando las cargas térmicas suponiendo que en la Antártida el albedo es ρ_s=0,9 y la emisión infrarroja terrestre por encima de la atmósfera es M=160 W/m^2.

Con estas drásticas hipótesis (en este tipo de globos suele haber una diferencia de hasta 50 ºC entre la zona que apunta al sol y la opuesta), y despreciando la influencia de la barquilla, el balance energético es:

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=\dot{W}_{\mathrm{dis}}+\dot{Q}_{\mathrm{in}}-\dot{Q}_{\mathrm{out}} \quad\rightarrow\quad 0=0+\dot{Q}_{\mathrm{s}}+\dot{Q}_{\mathrm{a}}+\dot{Q}_{\mathrm{p}}-\dot{Q}_{\mathrm{out}} \tag{1}$$

siendo las cargas térmicas solar ($\dot{Q}_s$), de albedo ($\dot{Q}_a$), y emisión infrarroja planetaria ($\dot{Q}_p$):

$$\dot{Q}_{\mathrm{s}}=\alpha_{\mathrm{G}}EA_{\mathrm{f}}=\alpha_{\mathrm{G}}E\pi D_{\mathrm{G}}^2/4=0,2\cdot 1410\cdot\pi\cdot 130^2/4=3,7\ \mathrm{MW} \tag{2}$$

$$\dot{Q}_{\mathrm{a}}=\alpha_{\mathrm{G}}AF_{\mathrm{GT}}\rho_{\mathrm{s}}E\sin\alpha_{\mathrm{s}}=0,2\cdot\pi\cdot 130^2\cdot 0,44\cdot 0,9\cdot 1410\cdot\sin\begin{pmatrix}35,7^{\circ}\\11,3^{\circ}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3,5\\1,2\end{pmatrix}\ \mathrm{MW} \tag{3}$$

$$\dot{Q}_{\mathrm{p}}=\varepsilon_{\mathrm{G}}AF_{\mathrm{GT}}M_{\mathrm{T}}=0,8\cdot\pi\cdot 130^2\cdot 0.44\cdot 160=3,0\ \mathrm{MW} \tag{4}$$

donde se ha tomado para la irradiancia solar en el solsticio sur E=1410 W/m^2 por estar muy cerca del perihelio (sabemos que la irradiancia solar extraterrestre oscila entre E=1360+50 W/m^2 a primeros de año (el perihelio está en torno al 3 de enero, y el solsticio sur el 21 de diciembre), y E=1360–50 W/m^2 a mediados de año (el afelio está en torno al 4 de julio, y el solsticio norte el 21 de junio). Se han tomado propiedades termoópticas típicas de los recubrimientos.

c) Calcular la temperatura del globo.

Sustituyendo en (1) y despreciando el término en T_∞ (T_∞=2,7 K):

$$\begin{gathered}\dot{Q}_{\mathrm{out}}=\dot{Q}_{\mathrm{s}}+\dot{Q}_{\mathrm{a}}+\dot{Q}_{\mathrm{p}}\quad\rightarrow\quad\varepsilon_{\mathrm{G}}A_{\mathrm{G}}\sigma\left(T_{\mathrm{G}}^4-T_\infty^4\right)=\dot{Q}_{\mathrm{s}}+\dot{Q}_{\mathrm{a}}+\dot{Q}_{\mathrm{p}}\\ \rightarrow\quad 0,8\cdot\pi\cdot 130^2\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot T_{\mathrm{G}}^4=\left(3,7+\begin{pmatrix}3,5\\1,2\end{pmatrix}+3,0\right)\cdot 10^6\quad\rightarrow\quad T_{\mathrm{G}}=\begin{pmatrix}255\\240\end{pmatrix}\ \mathrm{K}\end{gathered} \tag{5}$$

i.e. la temperatura del globo oscila cuasiestáticamente desde –18 ºC a mediodía a –33 ºC a medianoche.

d) Plantear el balance térmico estacionario de la barquilla considerada isoterma.

Para el balance energético de la barquilla sí hay que tener en cuenta el globo, que contribuirá con su propia emisión infrarroja ($\dot{Q}_{eG}$) más la reflexión solar ($\dot{Q}_{rG}$). Esta última tiene dos partes: la reflexión directa del sol (i.e. la que va del sol al globo y luego a la barquilla), más la reflexión indirecta en la Tierra (i.e. la que va del sol a la superficie helada y de esta a la barquilla). Es de suponer que, dándole el sol al globo por arriba, la barquilla reciba más albedo indirecto que directo, pero lo calcularemos. El balance es pues:

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \dot{W}_{dis} + \dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} \quad \rightarrow \quad 0 = 0 + \dot{Q}_s + \dot{Q}_a + \dot{Q}_p + \dot{Q}_{eG} + \dot{Q}_{rG,dir} + \dot{Q}_{rG,ind} - \dot{Q}_{out} \tag{6}$$

con los siguientes valores de las cargas térmicas (tomando para la barquilla negra $\alpha_B=\varepsilon_B=0{,}9$):

$$\dot{Q}_s = \alpha_B E A_f = \alpha_B E\pi D_B^2/4 = 0{,}9\cdot1410\cdot\pi\cdot2^2/4 = 4{,}0\ \mathrm{kW} \tag{7}$$

$$\dot{Q}_a = \alpha_B A F_{GT}\rho_s E\sin\alpha_s = 0{,}9\cdot\pi\cdot2^2\cdot0{,}44\cdot0{,}9\cdot1410\cdot\sin\begin{pmatrix}35{,}7^{\mathrm{o}}\\11{,}3^{\mathrm{o}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3{,}7\\1{,}2\end{pmatrix}\ \mathrm{kW} \tag{8}$$

$$\dot{Q}_p = \varepsilon_B A F_{GT} M_T = 0{,}9\cdot\pi\cdot2^2\cdot0.44\cdot160 = 0{,}8\ \mathrm{kW} \tag{9}$$

$$\dot{Q}_{eG} = \varepsilon_B A_B F_{BG}\varepsilon_G\sigma T_G^4 = 0{,}9\cdot\pi\cdot2^2\cdot0.073\cdot0{,}8\cdot5{,}67\cdot10^{-8}\cdot\begin{pmatrix}255^4\\240^4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}16\\0{,}12\end{pmatrix}\ \mathrm{kW} \tag{10}$$

Para la reflexión solar en el globo (directa e indirecta) nos ayudamos con la Fig. 2.

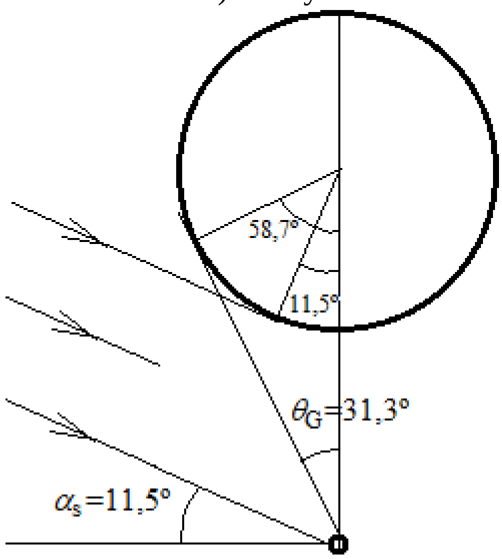


Fig. 2. Esquema para estudiar la carga térmica sobre la barquilla por reflexión solar proveniente del globo, directa (sol→globo→barquilla) e indirecta (sol→Tierra→globo→barquilla). Los valores dados corresponden al caso de medianoche.

La reflexión indirecta es más fácil de calcular: la Tierra refleja por unidad de área, $\rho_s E\sin\alpha_s$, de la que el globo recibe $A_G F_{GT}\rho_s E\sin\alpha_s$ y reflejaría, por unidad de área, una media de $\rho_G F_{GT}\rho_s E\sin\alpha_s$, siendo $\rho_G=1-\alpha_G=1-0{,}2=0{,}8$ la reflectancia del globo supuesto opaco. Pero no interesa el promedio de la reflexión en todo el globo, sino en la parte del globo que se ve desde la barquilla. El valor máximo se dará justo en la parte más baja del globo esférico, que correspondería al valor de una placa plana enfrentada al suelo, que con el modelo de Tierra plana sería $F_{GT}=1$ (con Tierra esférica es $F_{GT}=(R_T/(R_T+Z))^2=0{,}99$), por lo cual la barquilla absorbe una reflexión indirecta máxima (supuesto que todo el casquete de globo que ve la barquilla reflejara por igual):

$$\dot{Q}_{\text{rG,ind}} = \alpha_B A_B F_{BG} \rho_G \rho_s E \sin\alpha_s = 0{,}9 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 0{,}073 \cdot (1-0{,}2) \cdot 0{,}9 \cdot 1410 \cdot \sin\begin{pmatrix}35{,}7^\circ \\ 11{,}3^\circ\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}49 \\ 0{,}16\end{pmatrix} \text{ kW} \tag{11}$$

i.e. la barquilla recibe 0,49 kW de re-reflexión solar en el globo a mediodía, y 0,16 kW a medianoche.

La reflexión directa sol→globo→barquilla es más difícil de calcular porque desde la barquilla solo se vería una luna iluminada por el sol (i.e. una especie de gajo en el lado del sol, mayor a medianoche por no estar el sol tan alto). Con la expresión dada en *Spacecraft Thermal Modelling*, el factor de albedo sería:

$$F_a = \left(\frac{1+\cos\phi}{2}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\phi}{\phi_{es}}\right)^2\right] \tag{12}$$

siendo ϕ el ángulo que forman en el centro del globo la dirección del sol con la de la barquilla, i.e. ϕ=90+35,7=125,7º a mediodía y ϕ=90+11,3=101,3º a medianoche, y ϕ_{ee}=180−arcsin(R_G/(R_G+L))=149º el ángulo de entrada en eclipse de la barquilla alrededor del globo (siempre con origen en la dirección del sol). El resultado es:

$$F_a = \left(\frac{1+\cos\begin{pmatrix}125{,}7^\circ \\ 101{,}3^\circ\end{pmatrix}}{2}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\begin{pmatrix}125{,}7^\circ \\ 101{,}3^\circ\end{pmatrix}}{149^\circ}\right)^2\right] = \begin{pmatrix}0{,}06 \\ 0{,}22\end{pmatrix} \tag{13}$$

y finalmente la carga por reflexión directa en el globo:

$$\dot{Q}_{\text{rG,dir}} = \alpha_B A_B F_{BG} \rho_G E F_a = 0{,}9 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 0{,}073 \cdot (1-0{,}2) \cdot 1410 \begin{pmatrix}0{,}06 \\ 0{,}22\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0{,}06 \\ 0{,}20\end{pmatrix} \text{ kW} \tag{14}$$

Volviendo al balance energético de la barquilla, (6), y sustituyendo valores (en kW), con $\varepsilon_B A_B \sigma$= $0{,}9 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} = 6{,}4 \cdot 10^{-10}$ kW/K^4:

$$\begin{gathered} 0 = \dot{Q}_s + \dot{Q}_a + \dot{Q}_p + \dot{Q}_{eG} + \dot{Q}_{\text{rG,dir}} + \dot{Q}_{\text{rG,ind}} - \dot{Q}_{out} \\ 0 = 4{,}0 + \begin{pmatrix}3{,}7 \\ 1{,}2\end{pmatrix} + 0{,}8 + \begin{pmatrix}0{,}16 \\ 0{,}12\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0{,}06 \\ 0{,}20\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0{,}49 \\ 0{,}16\end{pmatrix} - \varepsilon_B A_B \sigma \begin{pmatrix}T^4_{\text{B,noon}} \\ T^4_{\text{B,night}}\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}T_{\text{B,noon}} \\ T_{\text{B,night}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}346 \\ 317\end{pmatrix} \text{K} \end{gathered} \tag{15}$$

Como era de esperar, la barquilla se calienta mucho más, por ser negra, que el globo blanco. En el desglose de cargas térmicas (15) se aprecia que la influencia del globo sobre la barquilla es pequeña en todos los casos (por su pequeño factor de vista). También se observa que la reflexión directa en el globo puede ser mayor que la indirecta (0,20 kW frente a 0,16 kW a medianoche) en contra de la suposición inicial.

Back to Spacecraft thermal control
Back to Heat and mass transfer
Back to Thermodynamics