



## SOLAR PANEL WITH HONEYCOMB STRUCTURE

### Statement

Consider a solar panel of  $1 \times 2 \text{ m}^2$  deployed on a geostationary satellite and oriented to the Sun. The panel consists of a sheet of solar cells of 30 % electrical efficiency and 0.5 mm thick (including anti-reflective protective layer and adhesive), glued onto a honeycomb panel formed by hexagonal cells of 8 mm side spacing, with 25  $\mu\text{m}$  thick aluminium foil (Al-5056), and of 15 mm in height, between layers of carbon fibre (CFRP) 0.25 mm thick. With data from the attached table, and neglecting the influence of the rest of the satellite, find:

- Steady state temperature for a two thermal-node model, neglecting radiation inside the honeycomb.
- Radiation heat transfer inside the honeycomb, assuming aluminium foil as specular surface, and comparison with heat conduction through the foil.
- For a single honeycomb cell, view factor between the two bases, approximating the hexagonal prism to a cylinder.
- Considering the hexagonal prism slender enough for a 2D approximation, find all view factors between its surfaces.
- Assuming all view factors for the actual prism (i.e. with finite length) known, as well as the temperatures of the bases ( $T_1$  and  $T_2$ ), set out the equations to solve the problem of three nodes (i.e. base 1, side walls 3; and base 2), in the general case of grey surfaces, specifying the unknowns.

Table 1. Properties.

	$\rho$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	$c$ [ $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ]	$k$ [ $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ]	$\alpha$	$\varepsilon$
Solar cells	3500	750	100	0.80	0.80
CFRP	1700	850	30 paral. 1 perp.	0.30	0.80
Al-5056	2700	900	120	0.20	0.20

🇪🇸 Considérese un panel solar de  $1 \times 2 \text{ m}^2$  desplegado en un satélite geoestacionario y orientado al Sol. El panel consta de una lámina de células solares de 30 % de rendimiento eléctrico y 0,5 mm de espesor (incluyendo la capa protectora antirreflectante y el adhesivo), pegada sobre un panel en nido de abeja formado por celdas hexagonales de 8 mm de separación, 25  $\mu\text{m}$  de espesor de lámina de aluminio (Al-5056), y 15 mm de altura entre capas de fibra de carbono (CFRP) de 0,25 mm de espesor. Con los datos de la Tabla adjunta, y despreciando la influencia del resto del satélite, calcular:

- La temperatura estacionaria considerando dos nodos, despreciando la radiación dentro del panel.
- Transmisión de calor por radiación interior en el panel suponiendo que la lámina de aluminio fuese especular, y comparación con la conducción del aluminio.
- Para una celdilla del panel, factor geométrico entre las bases aproximando el prisma hexagonal por un cilindro.
- Considerando que el prisma hexagonal fuese suficientemente esbelto para despreciar el efecto de las bases, determinar todos los factores geométricos entre sus caras.

- e) Suponiendo conocidos todos los factores geométricos del prisma real (no infinitamente largo), y las temperaturas de las bases ( $T_1$  y  $T_2$ ), plantear las ecuaciones que permiten resolver el problema de tres nodos (i.e. base 1, caras laterales 3, y base 2), en el caso general de superficies grises, especificando las incógnitas.

Tabla 1. Propiedades.

	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c$ [J/(kg·K)]	$k$ [W/(m·K)]	$\alpha$	$\varepsilon$
Células solares	3500	750	100	0,80	0,80
CFRP	1700	850	30 paral. 1 perp.	0,30	0,80
Al-5056	2700	900	120	0,20	0,20

## Solución

### Sol. a)

Tomamos un nodo en cada cara del panel; no hace falta especificar el reparto de capacidad térmica porque el problema es estacionario. Para la distancia entre nodos tomaremos el espesor total del panel,  $L_p=L_s+L_c+L_h+L_c$  (Fig. 1).

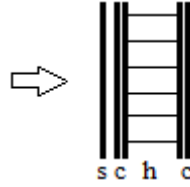


Fig. 1. Panel solar, compuesto de la capa solar (s), y la estructura en nido de abeja, i.e. un *honeycomb* (h) de aluminio entre capas de fibra de carbono (c).

Los balances energéticos para cada nodo (considerando entre ellos solo la conducción térmica) serían:

$$m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} = \alpha_1 EA - \eta EA - \varepsilon_1 A \sigma (T_1^4 - T_\infty^4) - k_{\text{eff}} A \frac{T_1 - T_2}{L_p} \quad (1)$$

$$m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} = -\varepsilon_2 A \sigma (T_2^4 - T_\infty^4) + k_{\text{eff}} A \frac{T_1 - T_2}{L_p} \quad (2)$$

con  $d()/dt=0$ ,  $\alpha_1=0,80$ ,  $E=1370$  W/m<sup>2</sup>,  $A=2$  m<sup>2</sup>,  $\eta=0,30$ ,  $\varepsilon_1=0,80$ ,  $T_\infty=2,7$  K (tomaremos 0 K),  $k_{\text{eff}}$  a determinar ahora,  $L_p=0,016$  m, y  $\varepsilon_2=0,80$ . La resistencia térmica en serie s+c+h+c es ( $R \equiv \Delta T/\dot{Q}$ ):

$$\frac{L_p}{k_{\text{eff}} A} = \frac{L_s}{k_s A} + \frac{L_c}{k_c A} + \frac{L_h}{k_h A} + \frac{L_c}{k_c A} \quad (3)$$

con  $L_p=16$  mm,  $L_s=0,5$  mm,  $L_c=0,25$  mm,  $L_h=15$  mm,  $k_s=100$  W/(m·K),  $k_c=1$  W/(m·K), y  $k_h=k_{\text{alu}}A_{\text{alu}}/A$ , siendo  $k_{\text{alu}}=120$  W/(m·K) y la fracción de área sólida (Ec. 8)  $A_{\text{alu}}/A=(8/3)\delta/s=(8/3)\cdot 0,025/8=0,0083$ , por lo que resulta  $k_h=120\cdot 0,0083=1$  W/(m·K) y  $k_{\text{eff}}=1,03\approx 1$  W/(m·K). Sustituyendo valores numéricos en (1) y (2) tenemos:

$$0 = 1370 - 9,07 \cdot 10^{-8} \cdot T_1^4 - 125 \cdot (T_1 - T_2) \quad (4)$$

$$0 = -9,07 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4 + 125 \cdot (T_1 - T_2) \quad (5)$$

Despejando  $T_1(T_2)$  de (5),  $T_1 = T_2 + 0.0726 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4$ , y substituyendo en (4):

$$0 = 1370 - 9,07 \cdot 10^{-8} \cdot (T_2 + 0.0726 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4)^4 - 125 \cdot 0.0726 \cdot 10^{-8} \cdot T_2^4 \quad (6)$$

que se resuelve numéricamente; e.g. probando  $T_2=300$  K se obtiene  $0=-159$ , y con  $T_2=310$  K se obtiene  $0=-381$ , por lo que la extrapolación lineal se anula en  $T_2=293$  K (20 °C), y por tanto  $T_1=298$  K (25 °C).

**Sol. b)**

Si las láminas de aluminio son especulares ( $\alpha=\varepsilon=0$ ), sería como si no existieran (despreciando el área transversal ocupada,  $A_{\text{alu}}/A=(8/3)\delta/s=0,008$ ). Se trata por tanto del intercambio radiativo entre las dos caras interiores del CFRP, que es:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma T_2^4 - \sigma T_1^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \quad (7)$$

Tomando los valores anteriores,  $T_2=293$  K,  $T_1=298$  K, y con  $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0,80$ ,  $A_1=A_2=2$  m, y  $F_{12}=1$  (placas paralelas), obtenemos:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\varepsilon A (\sigma T_2^4 - \sigma T_1^4)}{2 - \varepsilon} = 40 \text{ W} \quad (8)$$

La conducción a través de la lámina de aluminio es:

$$\dot{Q}_{12,\text{con}} = k_h A \frac{T_1 - T_2}{L_h} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{298 - 293}{0,015} = 670 \text{ W} \quad (9)$$

luego, se podía despreciar el acoplamiento radiativo interior, pues, en el caso real (no especular), las láminas harían de escudos laterales y todavía sería menor.

**Sol. c)**

Aproximando el prisma hexagonal por un cilindro de diámetro  $s=8$  mm (apenas habrá diferencia entre este cilindro inscrito y el circunscrito, o el de misma área), el factor geométrico está [tabulado](#):

$$F_{12} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4r^2 + 1}}{2r^2} \quad (10)$$

con  $r=R/H$ , que en nuestro caso es de radio  $R=s/2=4$  mm y separación  $L_h=15$  mm; i.e.  $r=4/15=0,27$  y por tanto  $F_{12}=0,06$ .

**Sol. d)**

Suponiendo que el prisma hexagonal es infinitamente largo, los factores geométricos entre sus caras se pueden calcular fácilmente por el método de las cuerdas, aunque también vienen [tabulados](#):

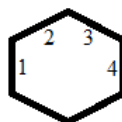


Fig. 2. Interior de una celdilla (caras bidimensionales).

- De la 1 a la 2 es  $F_{12}=1-\sin(\alpha/2)=1-\sin(120^\circ/2)=0,13$ .
- De la 1 a la 4 se aplica  $F_{12}=\sqrt{h^2+1}-h$  con  $h=H/W$ ; en nuestro caso, la anchura es el lado del hexágono,  $W=s/\sqrt{3}=4,6$  mm, y la separación es  $H=s=8$  mm; i.e.  $h=\sqrt{3}$  y  $F_{14}=2-\sqrt{3}=F_{14}=0,27$ .
- Por último, de la 1 a la 3,  $F_{13}$ , se ha de verificar (por simetría y completitud),  $2F_{12}+2F_{13}+F_{14}=1$ , y por tanto  $F_{13}=0,23$ .

**Sol. e)**

Las ecuaciones para resolver el problema de tres nodos (base 1, caras laterales 3, y base 2) por el método de las exitancias son:

$$\frac{M_1 - M_{1bb}}{1 - \varepsilon_1} = \frac{M_2 - M_1}{1} + \frac{M_3 - M_1}{1} \quad (11)$$

$$\frac{\varepsilon_1 A_1}{A_1 F_{12}} \quad \frac{1}{A_1 F_{13}}$$

$$\frac{M_2 - M_{2bb}}{1 - \varepsilon_2} = \frac{M_1 - M_2}{1} + \frac{M_3 - M_2}{1} \quad (12)$$

$$\frac{\varepsilon_2 A_2}{A_2 F_{21}} \quad \frac{1}{A_2 F_{23}}$$

$$\frac{M_3 - M_{3bb}}{1 - \varepsilon_3} = \frac{M_1 - M_3}{1} + \frac{M_2 - M_3}{1} \quad (13)$$

$$\frac{\varepsilon_3 A_3}{A_3 F_{31}} \quad \frac{1}{A_3 F_{32}}$$

$$0 = \frac{M_1 - M_3}{1} + \frac{M_2 - M_3}{1} \quad (14)$$

$$\frac{1}{A_3 F_{31}} \quad \frac{1}{A_3 F_{32}}$$

que forman un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ , y  $M_{3bb}$ ; la última de ellas establece la adiabaticidad lateral, y vemos que es equivalente a considerar que las caras laterales se comportan como cuerpo negro ( $M_3=M_{3bb}$ ). Si se resuelve con los datos anteriores, i.e. con  $F_{12}=0,06$  entre las bases y  $F_{13}=1-F_{12}=0,94$  de una base a la superficie lateral, se obtiene  $T_3=295$  K.

[Back to Spacecraft thermal control](#)

[Back to Heat and mass transfer](#)

[Back to Thermodynamics](#)