

## TARJETA ELECTRÓNICA CON DOS GRANDES CIRCUITOS INTEGRADOS (PRINTED CIRCUIT BOARD WITH TWO LARGE INTEGRATED CIRCUITS)

## Enunciado

Para un análisis térmico de una tarjeta electrónica (PCB) se considera el esquema geométrico de la Fig. 1, donde se representan dos circuitos integrados principales (IC-1 e IC-2). La tarjeta, de  $150 \times 115 \times 1.6$  mm<sup>3</sup>, va en una caja a la cual está empotrada 5 mm por sus dos extremos más alejados, las cuales se supondrá que se mantienen siempre a 25 °C mediante control externo. Las pastillas IC-1 e IC-2, de  $37.5 \times 37.5 \times 2.5$  mm<sup>3</sup>, básicamente constan de 2 láminas cerámicas de 1 mm (de nitruro de aluminio, k=150 W/(m·K),  $\rho=3200$  kg/m<sup>3</sup>, c=740 J/(kg·K)), y una lámina interior de 0,5 mm de silicio en cuya parte central de la cara más próxima a la PCB están grabadas las uniones electrónicas (la capa inferior de AlN contiene la matriz de conexiones, lo cual puede ignorarse para este estudio). La PCB se va a suponer constituida por 3 capas: la superior, de 140 m de espesor, es la de montaje de los componentes, con pistas de cobre que cubren un 20% del área de la PCB; luego una capa intermedia de dieléctrico (FR-4, k=0.25 W/(m·K),  $\rho=1800$  kg/m<sup>3</sup>, c=700 J/(kg·K)), y por último una capa de aluminio (Al-7075) de 1 mm de espesor. Cada IC disipa 15 W, y se va a considerar que el contacto térmico con el zócalo en que va soldado a la PCB es perfecto; el resto de componentes montados sobre la PCB se simulará como una distribución uniforme y constante de 10 W. Se va a establecer un modelo térmico unidimensional donde el campo de temperaturas sólo depende espacialmente de *x*. Se pide:

- a) Determinar el perfil estacionario T(x) suponiendo que la buena conductividad del substrato cerámico hace que la base de las pastillas (IC-1 e IC-2) puedan considerarse isotermas, y que los 30 W que en ellas se liberan pasan por conducción a lo largo de la tarjeta, sin tener en cuenta la disipación en el resto de componentes.
- b) Determinar T(x) suponiendo que los 40 W totales se disipasen uniformemente en toda el área, y que sólo se transmite el calor por la PCB.
- c) Determinar T(x) con la distribución de disipación dada,  $\Phi(x)$  [W/m], teniendo en cuenta también la conducción a lo largo de las pastillas principales.
- d) Añadir al modelo conductivo anterior la influencia de la radiación térmica desde la capa superior (la de componentes electrónicos) hasta la caja (que se supondrá también a 25 °C); la cara inferior de la PCB está cerca de otra placa similar y se desprecia el intercambio radiativo. Estudiar también el efecto del intercambio convectivo con el aire dentro de la caja en el caso límite de temperatura del aire 25 °C suponiendo un coeficiente convectivo de 5 W/(m<sup>2</sup>·K).
- e) Determinar la temperatura en la zona de uniones electrónicas de las tarjetas, suponiendo que las temperaturas de los apartados anteriores representan la de la interfaz aluminio/dieléctrico.
- f) Determinar cuánto tiempo podría hacerse funcionar la tarjeta a partir del momento en que las pastillas IC-1 e IC-2 pasaran de disipar 15 W a 25 W cada una, sabiendo que la temperatura en las uniones electrónicas no debe superar los 125 °C (para mejor aproximar la capacidad térmica del resto de componentes en este transitorio, considérese un espesor adicional uniforme de 3 mm de FR-4).



Fig. 1. Esquema de la geometría de la tarjeta (vista en planta por arriba; cotas en mm).

## Solución

a) Determinar el perfil estacionario T(x) suponiendo que la buena conductividad del substrato cerámico hace que la base de las pastillas (IC-1 e IC-2) puedan considerarse isotermas, y que los 30 W que en ellas se liberan pasan por conducción a lo largo de la tarjeta, sin tener en cuenta la disipación en el resto de componentes.

El perfil T(x) estará formado por tramos rectos (conducción estacionaria unidimensional plana sin fuentes ni sumideros). Sea  $T_{\rm m}$  la temperatura máxima (la de debajo de los IC); los  $\dot{Q}_{\rm total}$ =30 W se repartirán tal que  $\dot{Q}_{\rm total} = \dot{Q}_{\rm left} + \dot{Q}_{\rm right}$  (módulos). En todo el problema se va a considerar sólo la zona activa de la tarjeta, con origen en  $X_0$ =0 y longitud *L*=150–2·5=140 mm.



Fig. 2. T(x) si sólo hubiese disipación en los ICs.

$$\dot{Q}_{\text{left}} = kA \frac{T_m - T_0}{x_1 - x_0} \\ \dot{Q}_{\text{right}} = kA \frac{T_m - T_0}{x_3 - x_2} \\ \dot{Q}_{\text{right}} = k \left( L_z L_y \right) \left( \frac{T_m - T_0}{x_1 - x_0} + \frac{T_m - T_0}{x_3 - x_2} \right)$$

Una ecuación con una incógnita,  $T_m$ , una vez determinado el valor apropiado para la conductividad térmica, que como la capa más gruesa es de Al-7075, puede tomarse su valor,  $k=134\pm3$  W/(m·K), y usar en vez de  $L_z \delta_{Al}$ , aunque conviene ver el efecto de las demás capas, pues todas contribuyen a la conducción, y el valor efectivo sería:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{Cu} + \dot{Q}_{FR4} + \dot{Q}_{Al} = \sum \dot{Q}_{i} = \sum k_{i} \left( \delta_{i} f_{i} L_{y} \right) \frac{dT}{dt} = k_{eff} \left( L_{z} L_{y} \right) \frac{dT}{dt}$$

$$\rightarrow \quad k_{eff} = \frac{k_{Cu} \delta_{Cu} f_{Cu} + k_{FR4} \delta_{FR4} + k_{Al} \delta_{Al}}{L_{z}} = \frac{395 \cdot 0.14 \cdot 0.2 + 0.25 \cdot 0.46 + 134 \cdot 1}{1.6} = 91 \frac{W}{m \cdot K}$$

donde el área transversal en el cobre se ha reducido proporcionalmente a la fracción de área cubierta por las pistas. Como se ve, no hay gran diferencia entre tomar sólo la capa de Al-7075 ( $k_{AL}\delta_{Al}=0,134$  W/K) y el conjunto ( $k_{eff}L_z=91.0,0016=0,146$  W/K). El resultado es:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = k_{\text{eff}} \left( L_z L_y \right) \left( \frac{T_m - T_0}{x_1 - x_0} + \frac{T_m - T_0}{x_3 - x_2} \right)$$

$$30 = 91 \cdot 0,0016 \cdot 0,115 \cdot \left( \frac{T_m - 25 \circ \text{C}}{0,040} + \frac{T_m - 25 \circ \text{C}}{0,0625} \right) \rightarrow T_m = 69 \circ \text{C} \rightarrow \begin{cases} \dot{Q}_{\text{left}} = 18,3 \text{ W} \\ \dot{Q}_{\text{right}} = 11,7 \text{ W} \end{cases}$$

Es conveniente resolver numéricamente este sencillo problema, para ganar confianza con la simulación numérica que será necesario usar después. Para ello, se ha introducido una conductividad térmica alta (pero no muy alta porque se haría inestable el cálculo numérico) en la zona de los ICs. Para la simulación con diferencias finitas, se elige una discretización espacial (*N* tramos para *L*), se numeran los *N*+1 nodos como i=1..N+1, y se van calculando las nuevas temperaturas de los nodos interiores (i=2..N, ya que aquí siempre es  $T_0=T_{N+1}=25$  °C) a partir de las del instante anterior, en la forma:

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \dot{W} + \dot{Q} \quad \rightarrow \quad C_i \Delta x \frac{T^+ - T}{\Delta t} = \varPhi_i \Delta x + k_+ A_t \frac{T_+ - T}{\Delta x} - k_- A_t \frac{T - T_-}{\Delta x}$$
$$\rightarrow \quad T^+ = T + \frac{\Delta t}{C_i} \left( \varPhi_i + k_+ A_t \frac{T_+ - T}{\left(\Delta x\right)^2} - k_- A_t \frac{T - T_-}{\left(\Delta x\right)^2} \right)$$

donde  $\Delta t$  ha de ser muy pequeño (tanto más pequeño cuanto mayor sea la conductividad asumida). La capacidad térmica por unidad de longitud,  $C_i$ , considerando la PCB y, ya puestos, el espesor adicional uniforme de 3 mm de FR-4 para simular los componentes montados sobre la PCB, tiene el valor constante (despreciando aquí el efecto de los ICs)  $C=(\rho_{Cu}Ccu\delta_{Cu}f_{Cu}+\rho_{FR4}c_{FR4}\delta_{FR4}+\rho_{Al}c_{Al}\delta_{Al}+\rho_{FR4}c_{FR4}\delta_{FR4add})\cdot L_y=$ =(891·390·0.14·0.2+1800·700·0.46+2810·960+1800·700·3)·115·10<sup>-6</sup>=813 J/(K·m). La disipación por unidad de longitud será  $\Phi=\dot{W}/(X_2-X_1)=30/0.0375=800$  W/m en el tramo de los ICs (y  $\Phi=0$  en el resto). El área de la sección transversal por la que fluye el calor es  $A_1=L_zL_y$  (no se considera aquí el flujo a lo largo de los componentes). Todos estos parámetros de entrada se representan en la Fig. 3, y el resultado de la simulación en la Fig. 4.



Fig. 3. Distribuciones lineales de capacidad térmica, C(x), potencia disipada,  $\Phi(x)$ , y conductividad térmica, k(x) (se ha usado  $k=1000 \text{ W/(m \cdot K)}$  como valor muy superior al valor real fuera de los ICs,  $k_{\text{eff}}=91 \text{ W/(m \cdot K)}$ ).



Fig. 4. Resultado de la simulación para una discretización basta (*N*=20;  $\Delta x$ =7 mm,  $\Delta t$ =0,08 s) y otra fina (*N*=100;  $\Delta x$ =1,4 mm,  $\Delta t$ =0,004 s), con los datos de la Fig. 3. a) Perfiles espaciales de temperatura (al final se reproduce perfectamente la solución teórica de la Fig. 2). b) Perfil temporal de temperatura en *x*=*L*/2=70 mm (representativa de la base de los ICs). c) Perfil de flujo de calor  $\dot{Q} = -kA_t dT/dx$  (nótese que de los 30 W liberados en los ICs, 18 W salen hacia la izquierda y 12 W hacia la derecha, y lo mal que se reproduce esta variable en el entorno de las discontinuidades).

b) Determinar T(x) suponiendo que los 40 W totales se disipasen uniformemente en toda el área, y que sólo se transmite el calor por la PCB.

El caso de conducción estacionaria unidimensional plana con fuentes uniformemente distribuidas de intensidad volumétrica  $\phi$  [W/m<sup>3</sup>], también admite solución analítica sencilla:

$$T(x) = Ax + B - \frac{\phi}{2k}x^2$$

que con las condiciones de contorno  $T(x_0)=T_0$  y  $T(x_3)=T_0$ , y con  $\phi = \dot{W}_{total}/(L_z L_y L)$ =40/(0,0016.0,115.0,140)=1,55.10<sup>6</sup> W/m<sup>3</sup>, se obtiene:

$$T(x) = T_0 + \frac{\phi L^2}{2k} \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \quad \Rightarrow \quad T_{\text{max}} = T_0 + \frac{\phi L^2}{8k} = 25 + \frac{1,55 \cdot 10^6 \cdot 0,140^2}{8.91} = 67 \text{ °C}$$

i.e. un perfil parabólico para T(x), con un valor máximo (central) de 67 °C.



Fig. 5. Simulación numérica para la distribución uniforme de todas las fuentes (40 W en total).

Una sencilla codificación en Matlab para este caso puede ser:

```
clear; close all; % "PCB"
%Data
Lx=0.140;Ly=0.115;X1=0.040;X2=0.0775;Lyic=0.0375; %PCB & IC plant geometry (without edges)
Lz=0.0016;Dal=0.001;Dcu=0.00014;f1=0.2;D4=Lz-Dcu-Dal;D4eq=0.003;Dic=0.0025;Dsi=0.0005;%Thickness and cover
factors in PCB (4=FR4)
A=Lx*Ly;Aic=(X2-X1)*Lyic;
                                                     %AreaPCB, AreaIC
kal=134;rhoal=2810;cal=960;
                                                     %Al-7075
                                                     %FR4
k4=0.25;rho4=1800;c4=700;
kcu=395;rhocu=8910;ccu=390;
                                                     %Copper (f1=Cu fraction in layer 1)
kan=150;rhoan=3200;can=740;
                                                     %aluminium nitride (AlN)
ksi=150;rhosi=2330;csi=703;
                                                     %Silicon
T0=298; Tbox=298; Tair=298;
                                                     %Boundary conditions fixed
Ptot=40; phi=Ptot/(Lx*Ly*Lz);
                                                     %Total power dissipated [W], and volumetric [W/m3]
keffp=(kcu*f1*Dcu+k4*D4+kal*Dal)/Lz;
                                                     %in Plan, keffp=Sum(ki*fi*deltai)/delta total
keffn=Lz/(Dcu/(kcu*f1)+D4/k4+Dal/kal);
                                                     %Normal to plane
Cpcb=rhoal*cal*Ly*Dal+rho4*c4*Ly*(D4)+rhocu*ccu*Ly*Dcu*f1;
                                                                 %Thermal capacity per unit length [J/(m·K)]
Cpcb=rhoal*cal*Ly*Dal+rho4*c4*Ly*(D4+D4eq)+rhocu*ccu*Ly*Dcu*f1; % with extra mass
%T(x) parabolic (theoretical)
N=20;Dx=Lx/N;X=linspace(0,Lx,N+1);
                                                     %Spatial discretization
Ttheo=T0+(phi/(2*keffp))*(X*Lx-X.*X);
                                                     %Theoretical T-profile, parabolic
subplot(3,1,1);plot(X,Ttheo-273,X,Ttheo-273,'+');xlabel('x [m]');ylabel('Ttheo [°C]');axis([0 0.14 25 70]);
%T(x) numerical
N=20;Dx=Lx/N;X=linspace(0,Lx,N+1);
                                                     %Spatial discretization
t.t.ot=400;
                                                     %Total simulation time [s], ttot=L^2/a
M=5000:
                                                     %Number of time steps, M=ttot/Dt with Dt=(Dx)^2/a
Dt=ttot/M;T=ones(M,N+1)*T0;Dm=M/10;
                                                     %Fourier number Fo=Dt*keffp/(rho4*c4*Dx^2);
for j=2:M
    for i=2:N
        T(j,i)=T(j-1,i)+(Dt/Cpcb)*(Ptot/Lx+(Lz*Ly/Dx^2)*(keffp*(T(j-1,i+1)-T(j-1,i))-keffp*(T(j-1,i)-T(j-1,i)))
1,i-1))));
    end
end
subplot(3,1,2);plot(X,Ttheo-273,'+',X,T(1:Dm:M,:)-273);xlabel('x [m]');ylabel('T [°C]');axis([0 0.14 25
701);
subplot(3,1,3);plot((1:M)*ttot/M,T(:,2:2:N)-273);xlabel('t [s]');ylabel('T [°C]');axis([0 400 25 70])
```

c) Determinar T(x) con la distribución de disipación dada,  $\Phi(x)$  [W/m], teniendo en cuenta también la conducción a lo largo de las pastillas principales

La distribución dada es la suma de los 15 W sobre el área de la base de cada pastilla (lo que da una contribución  $\Phi_{ICs} = \dot{W}_{ICs} / (x_1 - x_0) = 30/0,0375 = 800$  W/m), más los 10 W distribuidos en los tramos sin pastilla (lo que, si no se contabilizan los tramos laterales adyacentes a las pastillas, da una contribución  $\Phi_{rest} = \dot{W}_{rest} / (x_3 - x_2 + x_1 - x_0) = 10/(0,140-0,0375) = 98$  W/m). Se trata pues de una distribución discontinua,  $\Phi(x)$ , como la de la figura.



Fig. 6. Distribución de la disipación.

Para la conducción térmica, en la zona de las pastillas (i.e. entre  $x_1$  y  $x_2$ ), habrá que sumar la conducción a lo largo de la PCB y la conducción a lo largo de las pastillas, lo cual se puede hacer de varias maneras; aquí mantendremos fija el área de paso (LzLy) y calcularemos la conductividad equivalente para tener en cuenta la conducción real:

$$\dot{Q}_{\text{PCB}} + \dot{Q}_{\text{ICs}} = k_{\text{eff,PCB}} (L_z L_y) \frac{dT}{dx} + 2k_{\text{eff,IC}} (L_{z,\text{IC}} L_{y,\text{IC}}) \frac{dT}{dx} = k_{\text{eff,PCB,ICs}} (L_z L_y) \frac{dT}{dx}$$

$$\Rightarrow k_{\text{eff,PCB,ICs}} = k_{\text{eff,PCB}} + 2k_{\text{eff,IC}} \frac{L_{z,\text{IC}} L_{y,\text{IC}}}{L_z L_y}$$

$$k_{\text{eff,IC}} = \frac{2k_{\text{AN}} \delta_{\text{AN}} + k_{\text{Si}} \delta_{\text{Si}}}{L_{z,\text{IC}}} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 1 + 150 \cdot 0.5}{2.5} = 150 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$k_{\text{eff,PCB,ICs}} = 91 + 2 \cdot 150 \frac{2 \cdot 5 \cdot 37.5}{1.6 \cdot 115} = 244 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

i.e. en el tramo desde  $x_1$  a  $x_2$ , en lugar de la k<sub>eff</sub> de la PCB antes calculada ( $k_{eff,PCB}=91 \text{ W/(m \cdot K)}$ ), usaremos  $k'_{eff,PCB,ICs}=244 \text{ W/(m-K)}$  y la misma área de paso ( $L_zL_y$ ) para la simulación numérica, que la vamos a hacer por diferencias finitas en la forma:

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \dot{W} + \dot{Q} \rightarrow \quad C_i \Delta x \frac{T^+ - T}{\Delta t} = \mathcal{P}_i \Delta x + k_+ \left(L_z L_y\right) \frac{T_+ - T}{\Delta x} - k_- \left(L_z L_y\right) \frac{T - T_-}{\Delta x}$$

donde la capacidad térmica por unidad de longitud en x toma dos posibles valores: en los tramos sin ICs  $C_{PCB} = (\rho_{Cu}c_{Cu}\delta_{Cu}f_{Cu}+\rho_{FR4}c_{FR4}\delta_{FR4}+\rho_{Al}c_{Al}\delta_{Al})\cdot L_y =$ 

= $(891 \cdot 390 \cdot 0.14 \cdot 0.2 + 1800 \cdot 700 \cdot (0.46 + 3) + 2810 \cdot 960) \cdot 115 \cdot 10^{-6} = 813 \text{ J/(K \cdot m)}$ , y en los tramos con ICs  $C_{\text{PCB+ICs}} = C_{\text{PCB}} + (\rho_{\text{Si}c\text{Si}}\delta_{\text{Si}} + 2\rho_{\text{na}c\text{na}}\delta_{\text{na}}) \cdot 2 \cdot L_{\text{yic}} = 813 + (2330 \cdot 703 \cdot 0.5 + 2 \cdot 3200 \cdot 740 \cdot 1) \cdot 2 \cdot 37.5 \cdot 10^{-6} = 1230$ 

J/(K·m). Todos estos parámetros de entrada se representan en la Fig. 7, y el resultado de la simulación en la Fig. 8.



Fig. 7. Distribuciones lineales de capacidad térmica, C(x), potencia disipada,  $\Phi(x)$ , y conductividad térmica, k(x).



Fig. 8. Resultado de la simulación para una discretización basta (N=20;  $\Delta x=7$  mm,  $\Delta t=0.08$  s) y otra fina (N=100;  $\Delta x=1.4$  mm,  $\Delta t=0.004$  s), con los datos de la Fig. 7; a la izquierda sólo con conducción, y a la derecha añadiendo la convección y radiación (disminuye la temperatura máxima unos 3 °C).

d) Añadir al modelo conductivo anterior la influencia de la radiación térmica desde la capa superior (la de componentes electrónicos) hasta la caja (que se supondrá también a 25 °C); la cara inferior de la PCB está cerca de otra placa similar y se desprecia el intercambio radiativo. Estudiar también el efecto del intercambio convectivo con el aire dentro de la caja en el caso límite de temperatura del aire 25 °C suponiendo un coeficiente convectivo de 5 W/(m<sup>2</sup>·K).

Véase la Fig. 8.

e) Determinar la temperatura en la zona de uniones electrónicas de las tarjetas, suponiendo que las temperaturas de los apartados anteriores representan la de la interfaz aluminio/dieléctrico.

Se trata de estudiar ahora la transmisión de calor normal a la placa, desde las uniones electrónicas hasta la línea media de la PCB, i.e. a través del substrato de AlN, del zócalo con todas las conexiones de señales y alimentación (cuya resistencia térmica se desprecia, según se indica en el enunciado), y de la capa de aislante de FR-4 en la PCB. Se va a considerar flujo de calor unidimensional. Se va a estimar el efecto de la no-unidimensionalidad en las inmediaciones de la fuente, que será de tamaño pequeño frente al del substrato, añadiendo una resistencia térmica de difusión radial, que se simula como si se tratara de la difusión desde un círculo de diámetro  $\delta_{J-AIN}=1$  cm (tamaño típico de este tipo de matrices) hasta un substrato infinito.



Fig. 9. Detalle del flujo de calor normal al plano, desde las uniones en el IC hasta la PCB.

Tomando de la Fig. 8 el valor máximo de la temperatura, 82 °C si sólo se considera la conducción (75 °C si se considera también la convección y la radiación), el flujo de calor será:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\text{junction}} - T_{\text{base}}}{\sum R_{i}} = \frac{T_{\text{junction}} - T_{\text{base}}}{R_{\text{dif}} + R_{\text{AIN}} + R_{\text{Cu}} + R_{\text{FR4}}} = \frac{T_{\text{junction}} - T_{\text{base}}}{R_{\text{dif}} + \frac{\delta_{\text{AIN}}}{k_{\text{AIN}}} + 0 + \frac{\delta_{\text{FR4}}}{k_{\text{FR4}}}}$$

$$\rightarrow 15 = \frac{T_{\text{junction}} - (82 \text{ °C})}{0,38 + 0,005 + 0 + 1,31} \rightarrow T_{\text{junction}} = 107 \text{ °C}$$

f) Determinar cuánto tiempo podría hacerse funcionar la tarjeta a partir del momento en que las pastillas IC-1 e IC-2 pasaran de disipar 15 W a 25 W cada una, sabiendo que la temperatura en las uniones electrónicas no debe superar los 125 °C (para mejor aproximar la capacidad térmica del resto de componentes en este transitorio, considérese un espesor adicional uniforme de 3 mm de FR-4).

Estando la unión a 107 °C, se comprende que no tardará mucho en superar los 125 °C en cuanto se pase de disipar 15 W a disipar 20 W. Suponiendo que durante el calentamiento se mantiene esa diferencia transversal de temperatura en (107–82)=25 °C, podemos usar el modelo numérico anterior con un salto de potencia disipada y ver cómo evoluciona la temperatura máxima en la base. En la Fig. 10 se ve que se ha simulado el cambio de 15 W a 25 W (de 800 W/m a 1333 W/m en el tramo con ICs) desde que se alcanza el régimen estacionario en *t*=400 s hasta que se vuelve a alcanzar el nuevo régimen, en *t*=800 s, volviéndose de 25 W a 15 W en ese momento, para ver cómo vuelve a la situación de partida.

Con el salto transversal de 25 °C, para que en la unión no se llegue a 125 °C, en la base no se deberían superar los 125-25=100 °C, lo cual ocurre 67 s después de pasar de aumentar la disipación, como se ve en la Fig. 10.



Fig. 10. Distribuciones espaciales de potencia disipada,  $\Phi(x)$ , conductividad térmica, k(x), capacidad térmica, C(x), y distribuciones temporales de potencia y temperatura en el centro.

Comparando las resistencias térmicas transversal y longitudinal, se ve que no son tan dispares, y que habría que estudiar conjuntamente el transitorio longitudinal-transversal.

Back to Heat and mass transfer

## Back to Thermodynamics