PIEZOMETRÍA (MEDIDA DE PRESIONES)

Objetivo

1. Conocer diferentes dispositivos utilizados para la medición de presiones: barómetros y manómetros. Presiones en un fluido (para sólidos se usan sensores de fuerza o células de carga).
2. Conocer sus características de uso: rango de presiones, velocidad de respuesta, precisión, tipo de contacto fluido (de gas, de líquido), etc.
3. Conocer los sistemas de adquisición de datos: visuales (tubo en U, tubo Bourdon), eléctricos (membranas, cristales), automatizados (conversor A/D, PC I/O, SW, etc.).
4. Conocer otras aplicaciones de la medida de presión: termometría de presión de gas ideal, termometría de presión de vapor, caudalímetros de pérdida de carga y de presión dinámica, etc.

Actividades

1. Manejo de diferentes piezómetros: desde el tubo en U al transductor industrial. Medida de la presión del aire encerrado en una botella por varios procedimientos.
2. Comprobación de la ley de Boyle de los gases (pV=cte a T=cte) en un dispositivo cilindro-émbolo. La presión y el sonido. Cambios bruscos de presión. El encendido por compresión brusca.
3. Determinación del cero absoluto en un termómetro de gas ideal a volumen constante. $T=\frac{V}{nR_u}p$
4. Calcular el cociente de capacidades térmicas, $\gamma\equiv c_p/c_v$, de un gas por el método de Clément-Désormes y por el método de Rüchhardt.
5. Hervir agua a baja temperatura en campana de vacío.
6. Evaluación de la incertidumbre de los resultados obtenidos.

Equipos

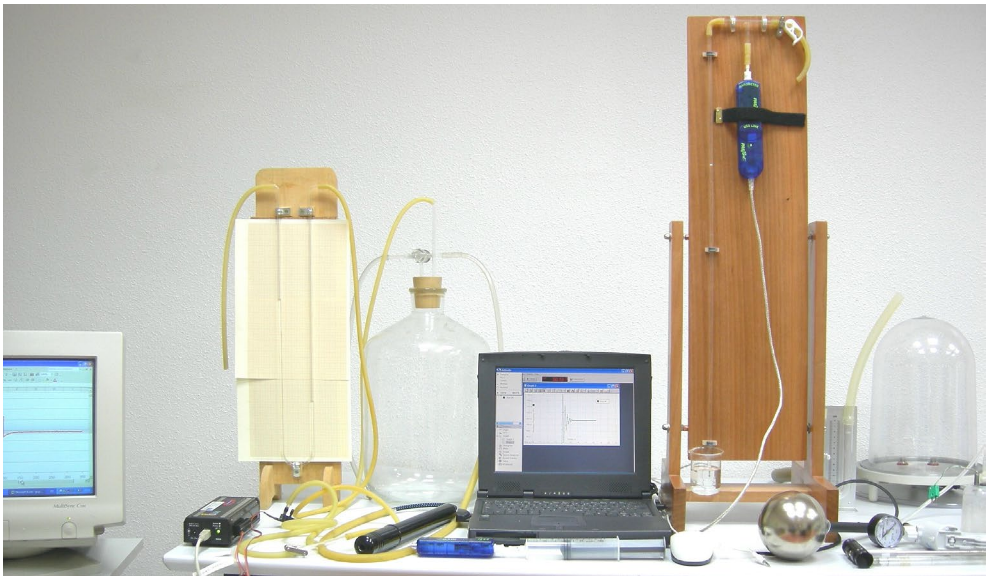

Fig. 1. Montajes de la práctica

(a) (b)

(c) (d) (e)

Fig. 2. Variaciones de presión. a) dispositivo para calcular el cero absoluto, b) jeringuilla para comprobar la ley de Boyle, c) campanas de vacío, d) campana de vacío instrumentada, e) calentamiento por compresión adiabática

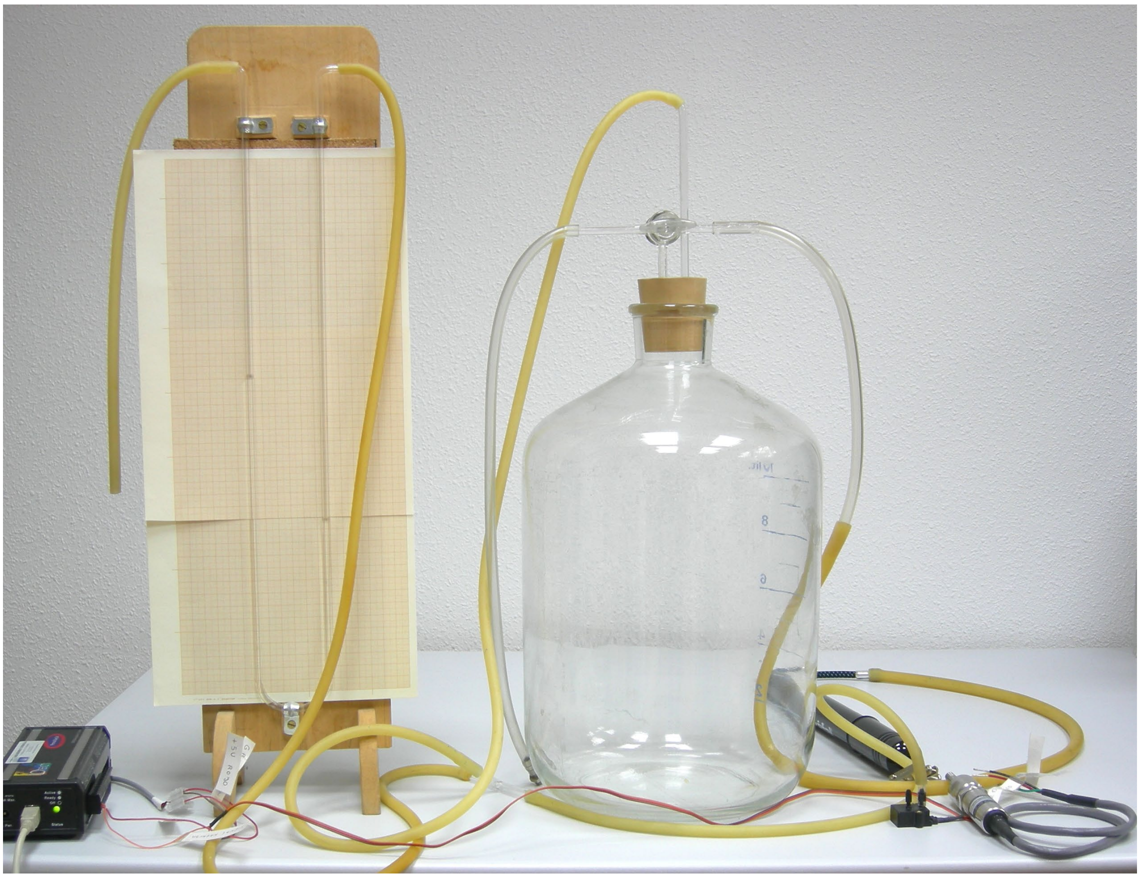

Fig. 3. Montaje para el cálculo de γ por el método de Clement-Desormes

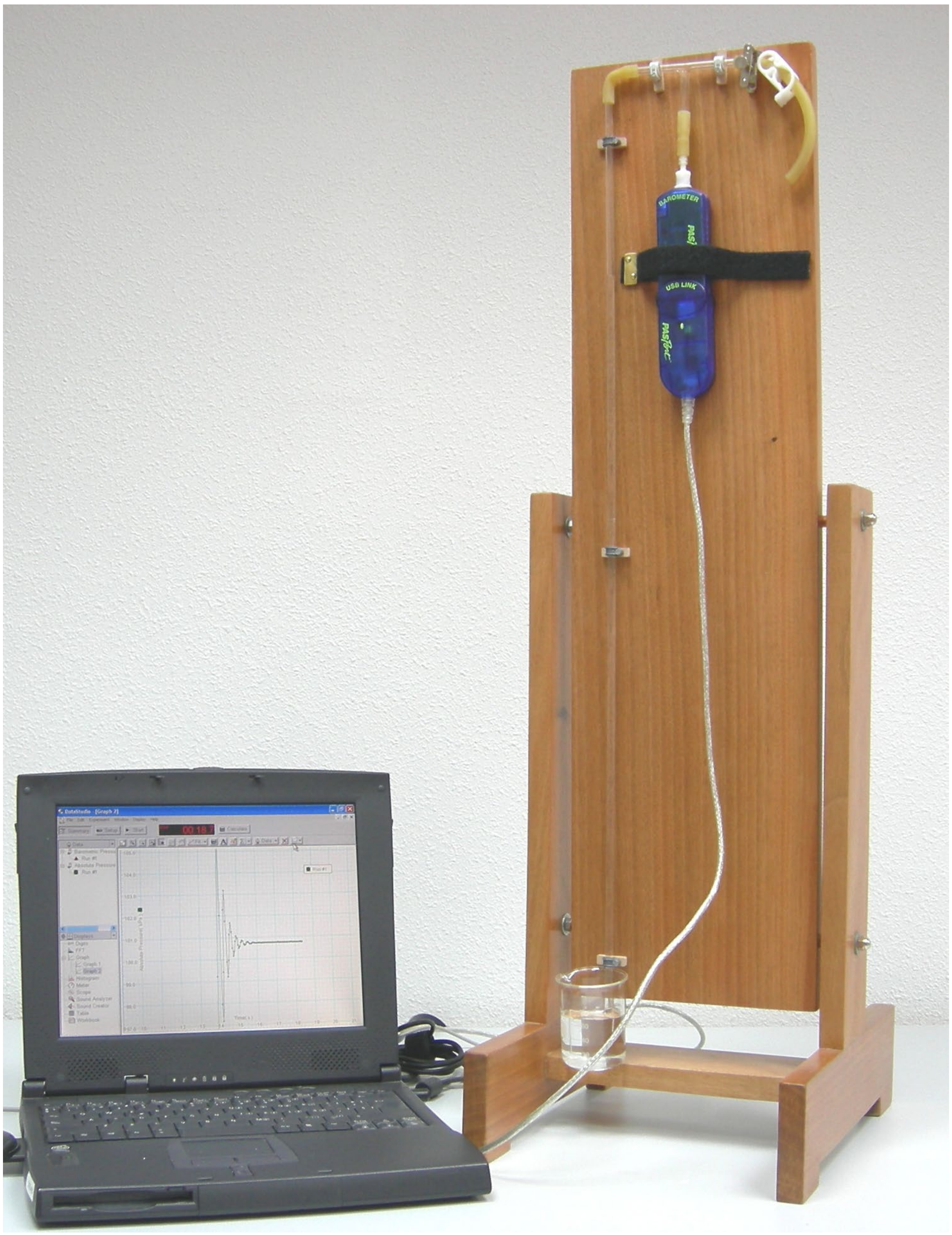

Fig. 4. Montaje para el cálculo de γ por el método de Rüchhardt.

Información auxiliar

webserver.dmt.upm.es/~isidoro/lab1/Piezometry/Piezometry.pdf

Desarrollo y fundamentos

Método de Clement-Desormes

Principio:

Para determinar el coeficiente isentrópico de un gas se puede producir en él una expansión rápida con el objeto de que no haya pérdidas de calor. Se obtiene una relación entre las presiones y temperaturas que nos permite obtener dicho coeficiente.

Materiales:

- Gas de prueba (p.e. aire)
- Botella de vidrio
- Válvula de tres vías
- Manómetro en U
- Barómetro
- Bomba de aire
- Conductos

Montaje:

Se realiza el montaje de la figura 1.

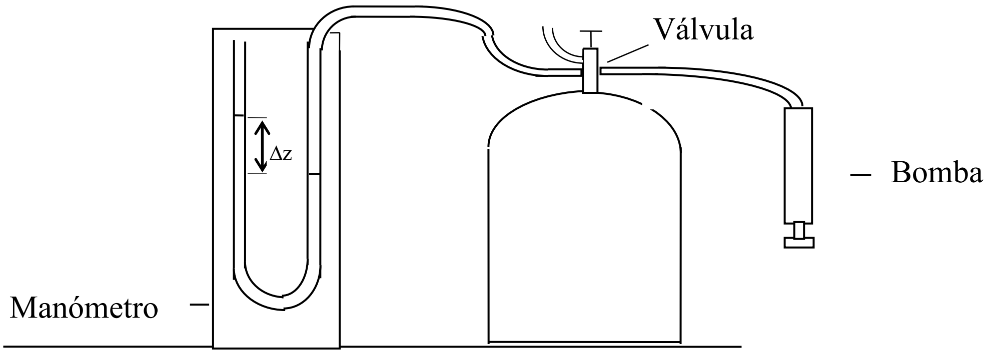

Fig. 5. Esquema del montaje.

En la realización del montaje es importante comprobar el buen funcionamiento de la válvula y evitar pérdidas en las uniones de los conductos.

Procedimiento:

Se aumenta la presión del aire del interior de la botella utilizando la bomba y se cierra la válvula. Se espera a que se atempere el sistema y se anota la sobrepresión que indica el manómetro (Δz_1).

A continuación se abre la válvula, comunicando el interior del sistema con la atmósfera, y se cierra rápidamente para que no dé tiempo al intercambio de calor. Se anota la sobrepresión en el instante de cerrar la válvula (Δz_2).

Se espera a que se atempere el sistema y se anota la sobrepresión en este momento (Δz_3).

En definitiva, se consideran cuatro estados:

0: Condiciones atmosféricas (p_0, t_0)
1: Atemperamiento después de la compresión (Δz_1, t_1)
2: Inmediatamente después de la expansión isentrópica (Δz_2, t_2)
3: Atemperamiento posterior a la expansión(Δz_3, t_3)

Fundamento teórico:

Cuando un gas ideal caloríficamente perfecto sufre un proceso sin intercambio de calor con el exterior y sin disipación interna, la ley que relaciona el estado inicial y el final puede ponerse como:

$$pV^{\gamma} = k \text{ ó } pT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = k \qquad (1)$$

En el ensayo, ésta es la ley que rige el comportamiento del gas en la expansión rápida, siendo el atemperamiento final un proceso a volumen constante (la variación del volumen de la columna de aire es despreciable frente al volumen de la botella). Si llamamos T_2 a la temperatura del gas después de la expansión, ésta se puede obtener del proceso a volumen constante:

$$T_2 = T_0 \frac{p_2}{p_3} \qquad (2)$$

donde p_2 es la presión después de la expansión y p_3 es la presión final.

Se ponen las presiones en función de las sobrepresiones y queda:

$$T_2 = T_0 \frac{p_0 + \rho g \Delta z_2}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \qquad (3)$$

En el proceso isentrópico la relación que existe en el ensayo es:

$$\left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \frac{p_1}{p_2} \qquad (4)$$

que poniendo las presiones en función de las sobrepresiones, y finalmente despejando γ se obtiene:

$$\gamma = \frac{\ln \dfrac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_2}}{\ln \dfrac{T_2 (p_0 + \rho g \Delta z_1)}{T_0 (p_0 + \rho g \Delta z_2)}} \qquad (5)$$

Sustituyendo T_2 por (3):

$$\gamma = \frac{\ln \dfrac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_2}}{\ln \dfrac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3}} \qquad (6)$$

7.- Cálculo de incertidumbres

Primero se escribe, para facilitar los cálculos:

$$\gamma = \frac{\ln(p_0 + \rho g \Delta z_1) - \ln(p_0 + \rho g \Delta z_2)}{\ln(p_0 + \rho g \Delta z_1) - \ln(p_0 + \rho g \Delta z_3)}$$

Se tiene:

$$\Delta\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial p_0}\Delta p_0\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_1}\Delta(\Delta z_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_2}\Delta(\Delta z_2)\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_3}\Delta(\Delta z_3)\right)^2} \qquad (7)$$

Siendo: $\frac{\partial \gamma}{\partial p_0} = \left(\frac{1}{p_0 + \rho g \Delta z_1} - \frac{1}{p_0 + \rho g \Delta z_2} \right) \frac{1}{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3}} - \left(\frac{1}{p_0 + \rho g \Delta z_1} - \frac{1}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \right) \frac{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_2}}{\left(\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \right)^2}$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_1} = \frac{\rho g}{p_0 + \rho g \Delta z_1} \left(\frac{1}{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3}} - \frac{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_2}}{\left(\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \right)^2} \right); \qquad \frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_2} = -\frac{\rho g}{p_0 + \rho g \Delta z_2} \frac{1}{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3}};$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \Delta z_3} = \frac{\rho g}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \frac{\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_2}}{\left(\ln \frac{p_0 + \rho g \Delta z_1}{p_0 + \rho g \Delta z_3} \right)^2} \qquad (8)$$

Método de Rüchhardt

Un tubo vertical de 1 m de longitud y 4 mm de diámetro, abierto por ambos lados al ambiente, es introducido ligeramente en un recipiente con agua y se aspira por arriba para que entre algo de agua en el tubo. Se tapan ambos extremos del tubo y se saca del agua (fig. 6, estado 1). Luego se le da la vuelta verticalmente (fig. 6, estado 2). Finalmente, se destapa por arriba y se deja que alcance el equilibrio final (fig. 6, estado 3).

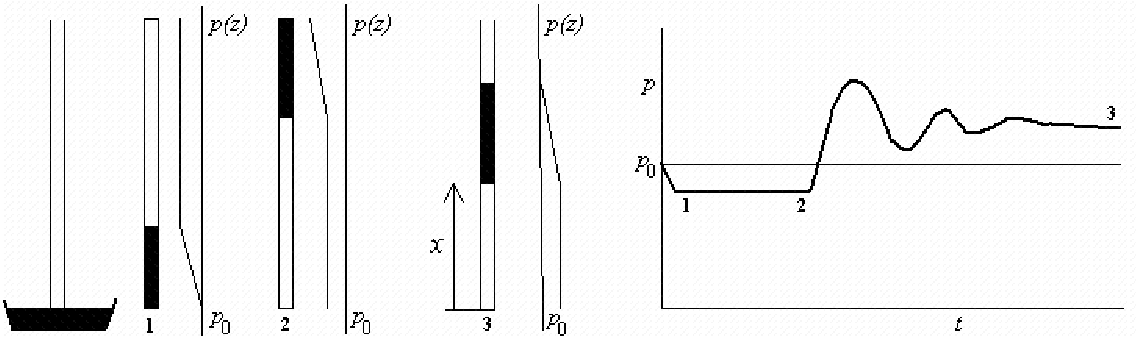

Fig. 6. Esquema del proceso y de la evoulución de presiones

Elijo como sistema el aire encerrado. Llamo x_1 la longitud de tubo llena de aire en el instante inicial 1 (la altura de columna de agua será L-x_1).

Llamo z a la altura del menisco superior en la evolución de 2 a 3. La longitud de la columna de agua será L-x_1 siempre.

$$p_1 = p_0 - \rho g(L - x_1) \tag{9}$$
$$p_2 = p_0 - \rho g(L - x_1) \tag{10}$$
$$x_2 = x_1 \tag{11}$$
$$T_2 = T_1 \tag{12}$$
$$T_3 = T_1 \tag{13}$$
$$p_3 = p_0 + \rho g(L - x_1) \tag{14}$$
$$p_2 V_2 = p_3 V_3 \tag{15}$$
$$p_2 x_2 = p_3 x_3 \tag{16}$$
$$x_3 = \frac{x_1(p_0 - \rho g(L - x_1))}{p_0 + \rho g(L - x_1)} \tag{17}$$

En el estado 1 la presión del aire atrapado es menor que la atmosférica, creciendo hacia abajo en el líquido desde este valor, p_1=p_0-ρg(L-x_1), hasta la presión atmosférica abajo, p_0.

En el estado 2 la presión del aire atrapado ha de ser la misma que en 1 porque no varía el volumen ni la temperatura y $pV = mRT$). La presión en el líquido disminuye desde este valor, p_1=p_0-ρg(L-x_1), hasta p_1=p_0-2ρg(L-x_1).

En el instante en que se destapa por arriba, la presión allí será la atmosférica y deja de haber equilibrio de fuerzas, por lo que la columna de agua se mueve hacia abajo comprimiendo el aire.

Si llamamos y a lo que baja el menisco superior, $y = L$-x-(L-x_1) = x_1-x, tendremos:

$$y_3 = x_1 - \frac{x_1(p_0 - \rho g(L - x_1))}{p_0 + \rho g(L - x_1)} \quad (18)$$

$$y_3 = \frac{2x_1 \rho g(L - x_1)}{p_0} \quad (19)$$

El líquido actúa como un émbolo sobre una masa de gas encerrado. Si linealizamos el movimiento y despreciamos la disipación viscosa, queda la típica ecuación armónica:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -w^2 x \quad (20)$$

$$mE\left(\frac{d^2}{dt^2} x(t)\right) = pA - p_o A - mEg - Ff \quad (21)$$

$$\rho(L - x_1)\left(\frac{d^2}{dt^2} x(t)\right) = p - p_0 - \rho g(L - x_1) - cdif(x(t), f) \quad (22)$$

$$px^{\gamma} = const \quad (23)$$

$$\frac{p - p_0}{p_0} + \frac{\gamma(x - x_1)}{x_1} = 0 \quad (24)$$

Haciendo el cambio de variable:

$$\xi = x - x_1 \quad (25)$$

$$\rho(L - x_1)\left(\frac{d^2}{dt^2} \xi(t)\right) = -\frac{\gamma \xi p_0}{x_1} - \rho g(L - x_1) - cdif(\xi(t), t) \quad (26)$$

$$w^2 = \frac{\gamma p_0}{x_1 \rho(L - x_1)} \quad (27)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{x_1 \rho(L - x_1)}{\gamma p_0}} \quad (28)$$

i.e. el periodo es del orden de unas décimas de segundo cuando se llena razonablemente de agua el tubo, y tiende a 0 si casi no se aspira. La viscosidad del líquido manométrico aumentará algo el periodo.

Si se dispone un sistema de medida de presión en un extremo del tubo, el volumen de gas encerrado aumenta y es difícil de medir su longitud equivalente, por lo que conviene eliminar L y x_1 de la formulación, y sustituirlos por la altura de líquido aspirado, z_1, y lo que baja el líquido al quitar el dedo, y_3:

$$T = \frac{\pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{y_3(p_0 + \rho g z_1)}{g p_0}}}{\sqrt{\gamma}} \quad (29)$$

$$\gamma = \frac{2\pi^2 y_3(p_0 + \rho g z_1)}{g p_0 T^2} \quad (30)$$

Esto es particularmente necesario si se trata de medir la gamma del gas encerrado (en este caso aire), por un procedimiento similar al ideado por Rutchhard (oscilaciones de un cuerpo sólido).

y si se desprecia $\rho g z_1$ frente a p_0 (típicamente 2 kPa frente a 94 kPa):

$$\gamma = \frac{2\pi^2 y_3}{T^2 g} \quad (31)$$

Nótese que con esta aproximación no influye directamente la cantidad de líquido aspirado (sí influye porque ésta influye en lo que baja, y_3), ni la presión atmosférica.

En cualquier caso, el interés en la medida de la relación de capacidades térmicas es meramente académico, pues esta variable es poco significativa (todas las sustancias tienen gamma entre 1 y 1.67) y la incertidumbre es alta: un 5% en y_3 (1 mm en 20 mm) y otro 5% en T (0,01 s en 0,02 s), que da lugar a un 15% en gamma (más el 2% de sesgo negativo debido a la simplificación anterior). Cabe pues esperar medidas de la gamma del aire entre 1,16 y 1,58, frente al valor más exacto de 1,40.

Notas y Datos

atmos-	ατμοζ	vapor
baro-	βαροζ	Pesadez (Boyle-1669)
mano-	μανοζ	ligereza (poco denso)
piezo-	πιεζο	presionar
vacuo-	vacuus	ausencia de materia

Sensores de presión

Los parámetros primarios a considerar en un sensor de presión son: rango, referencia, salida, y método.

1) Rango de presión necesario. La mayoría de los sensores resisten una sobrepresión de 500%.
2) Referencia de presión:
   - Atmosférica (*gauge*): 0 es presión atmosférica.
   - Sellada (*sealed*): 0 es un determinado valor de presión, generalmente 101,25 kPa.
   - Absoluta (*absolute*): 0 es vacío absoluto
   - Diferencial (*differential*): el sensor mide la diferencia entre dos tomas de presión desconocidas; si una se deja al ambiente, coincide con la referencia atmosférica). La mayoría de los sensores no son reversibles (e.g. un sensor diferencial de rango 0..100 kPa no vale para -100 kPa..0), por eso se añade aparte el sensor diferencial de vacío.
   - De vacío. Son sensores diferenciales para medir presiones inferiores a la ambiente.
3) Tipo de salida necesaria y tensión de alimentación:
   - Los piezoeléctricos son pasivos y dan un voltaje generado por la presión. Los demás son activos (requieren alimentación).
   - Salidas 0-5V, 0-10V, 4-20mA, mV, Opción de seguridad intrínseca...
   - Alimentación unipolar o bipolar. La mayoría requiere 12 V (10..40 V).
4) Tipo de fenómeno físico:
   - Hidrostáticos: tubo en U.
   - Elásticos: tubo Bourdon, extensímetros, potenciométricos.
   - Capacitivos.
   - Inductivos.
   - Piezorresistivos.

- Piezoeléctricos: de cristal de cuarzo. Suelen usarse sólo como sensores dinámicos.
- Interferométricos: de fibra óptica.

Calibración de los sensores utilizados

Piezómetro de absoluta Instrumentos de Medida (0 kPa a 0,5 V, 100 kPa a 4,5 V): y/[kPa]=25(x/[V])-12.5.
Piezómetro de absoluta OMEGA-590 (0 kPa a 0,5 V, 120 kPa a 4,5 V): y/[kPa]=25.5(x/[V])-12.75.

Back to lab