

Capítulo 5

Termodinámica del volumen de control

Ecuaciones generales aplicadas a un volumen de control

La elección del sistema termodinámico puede interesar hacerla para una cantidad de sustancia constante dada (masa de control) o para la cantidad de sustancia que en cada instante esté dentro de un recinto dado (limitado por paredes físicas o imaginarias); el análisis de estos últimos se llama de volumen de control o de sistema abierto o de sistema de flujo. Estos sistemas suelen ser los de mayor interés práctico pues facilitan el estudio del flujo de fluidos a través de conductos, válvulas de restricción, cambiadores de calor, compresores y turbinas rotodinámicas, cámaras de mezcla, cámaras de combustión, reactores químicos de flujo, ondas de choque, llamas, etc., etc.

Para simplificar la exposición nos vamos a limitar en este capítulo al estudio de sistemas simples compresibles, los cuales están constituidos por una sustancia de composición fija (no hay difusión de especies ni reacciones químicas), de propiedades isotrópicas y sin cargas eléctricas ni magnéticas, lo suficientemente grandes para que los efectos superficiales sean despreciables (para estos sistemas y tomando una referencia espacial galileana, el único campo de fuerzas aplicado además de la limitación del volumen es un campo gravitatorio uniforme), y la ecuación energética fundamental es $dU=TdS-pdV$.

El análisis de volumen de control no introduce conceptos termodinámicos nuevos; todo el formalismo termodinámico desarrollado para una masa de control sigue siendo válido y el único objetivo aquí es reescribir las ecuaciones de conservación de la masa, cantidad de movimiento y energía, y la de producción de entropía, para un caso genérico de sistema termodinámico permeable a la materia. Obviamente, los datos que se necesitan sobre el comportamiento macroscópico de la materia en el estado de equilibrio termodinámico no dependerán de si el análisis se centra en una masa de control o en un volumen de control, así que el potencial termodinámico o las ecuaciones de estado serán los mismos (normalmente se supondrá conocido $v=v(T,p)$ y $c_p=c_p(T,p\rightarrow 0)$).

Antes de formular las ecuaciones para un volumen de control, recordemos las de una masa de control limitada por una superficie impermeable y móvil, A , cuyo volumen V encierra la masa constante, m , del sistema en su evolución. Sobre este sistema se considera que actúa un campo gravitatorio uniforme que da lugar a una fuerza hacia abajo, $m\vec{g}$, sobre el centro de masas, y que sobre la frontera actúa una fuerza exterior \vec{f}_A por unidad de área y un flujo de calor \vec{q} por unidad de área y de tiempo (el calor que realmente entra será $-\vec{q}\cdot\vec{n}$, siendo \vec{n} la normal exterior).

Paralelamente a esta notación termodinámica (que sólo utiliza variables globales del sistema, como la velocidad del centro de masas) se va a presentar la notación usual en Mecánica de fluidos (donde se utilizan variables interiores, como la velocidad en cada punto del sistema) y que, de momento, sólo diferirán en que la fuerza superficial se expresa en función del llamado tensor de esfuerzos $\bar{\tau}$ de manera que $\vec{f}_A = \bar{\tau} \cdot \vec{n}$, siendo \vec{n} el vector normal exterior al elemento de área dA . El objetivo de esta doble presentación es dejar claramente establecidas las similitudes y diferencias entre el planteamiento Termodinámico (modelo de sistema de caja negra donde no se mira el interior del sistema sino sólo los intercambios a través de su frontera) y el de la Mecánica de fluidos (donde el tamaño de la 'caja negra' se reduce a una porción tan pequeña del sistema que se pueda considerar en equilibrio local, y por tanto, se estudia el estado termodinámico de todas las partes del sistema).

Las ecuaciones para una masa de control en una evolución infinitesimal dt serán:

-balance másico:

$$dm = 0 \quad \text{y en M.F.} \quad \frac{d\left(\int_V \rho dV\right)}{dt} = 0 \quad (5.1)$$

-balance de cantidad de movimiento:

$$md\vec{v}_{cm} = \int_A \vec{f}_A dA dt + m\vec{g} dt \quad \text{y en M.F.} \quad \frac{d\left(\int_V \rho \vec{v} dV\right)}{dt} = \int_A \bar{\tau} \cdot \vec{n} dA + \int_V \rho \vec{g} dV \quad (5.2)$$

-balance energético:

$$mde = -\int_A \vec{q} \cdot \vec{n} dA dt + \int_A \vec{f}_A \cdot d\vec{x} dA \quad \text{y en M.F.} \quad \frac{d\left(\int_V \rho e dV\right)}{dt} = -\int_A \vec{q} \cdot \vec{n} dA + \int_A \bar{\tau} \cdot \vec{n} \cdot \vec{v} dA \quad (5.3)$$

- generación de entropía:

$$dS_{gen} = mds + \int_A \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dA dt \geq 0 \quad \text{y en M.F.} \quad \frac{dS_{gen}}{dt} = \frac{d\left(\int_V \rho s dV\right)}{dt} + \int_A \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dA \geq 0 \quad (5.4)$$

donde M.F. se refiere al planteamiento de la Mecánica de fluidos. Estas ecuaciones de conservación y degradación, más las ecuaciones constitutivas de la materia de que se trate (las de equilibrio y las de transporte), más las condiciones iniciales y de contorno, completan la formulación general de la evolución de los medios continuos.

El análisis termodinámico de un volumen de control también es de tipo "caja negra" como el de una masa de control, es decir, se limita a estudiar la interacción del sistema con el exterior a través de la frontera sin entrar en el detalle de los procesos que tienen lugar en su interior. Al ser la frontera permeable a la masa, en las ecuaciones de la evolución habrá que añadir

términos convectivos según el teorema del transporte de Reynolds¹, que para una magnitud genérica Φ (escalar, vectorial o tensorial) se escribe:

$$\text{Si } \Phi(t) = \int_{V_{MC}(t)} \phi(\vec{x}, t) dV, \text{ entonces } \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_{MC}(t)} \phi dV = \int_{V_{VC}(t_0)} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV + \int_{A_{VC}(t_0)} \phi (\vec{v} - \vec{v}_{A_{VC}}) \cdot \vec{n} dA \quad (5.5)$$

siendo \vec{v} la velocidad local del fluido y $\vec{v}_{A_{VC}}$ la de la frontera del volumen de control (que será nula si se elige el sistema de referencia de coordenadas fijo con el volumen de control, como es lo normal). Los subíndices MC y VC se refieren a una masa de control y a un volumen de control. Nótese que $\int (\partial \phi / \partial t) dV = \partial (\int \phi dV) / \partial t$, pues al ser derivadas parciales en el tiempo en un volumen fijo, la suma de las variaciones coincide con la variación de la suma.

Conviene puntualizar que, aunque el contenido de un volumen de control será en general una cantidad de sustancia variable, las funciones energéticas y entrópicas carecen de sentido si no se refieren a una misma masa constante, por lo que el análisis de volumen de control es un artificio para separar las variables en una forma más conveniente, pero subyaciendo siempre la realidad de que la energía va asociada a una masa dada, que entra y/o sale y sufre una evolución.

Para mejor comprender el paso del análisis de masa de control al análisis de volumen de control, en la Fig. 5.1 se representan dos estados próximos de una masa de control (la encerrada dentro de la línea gruesa) y de un volumen de control caprichosamente elegido para que en un instante coincida con el sistema de masa de control, pero que en el instante previo deje una parte infinitesimal de éste fuera (la sombreada en la Fig. 5.1a); la generalización para el caso de salidas (cambio de signo) y variación continua (integral) es inmediata.

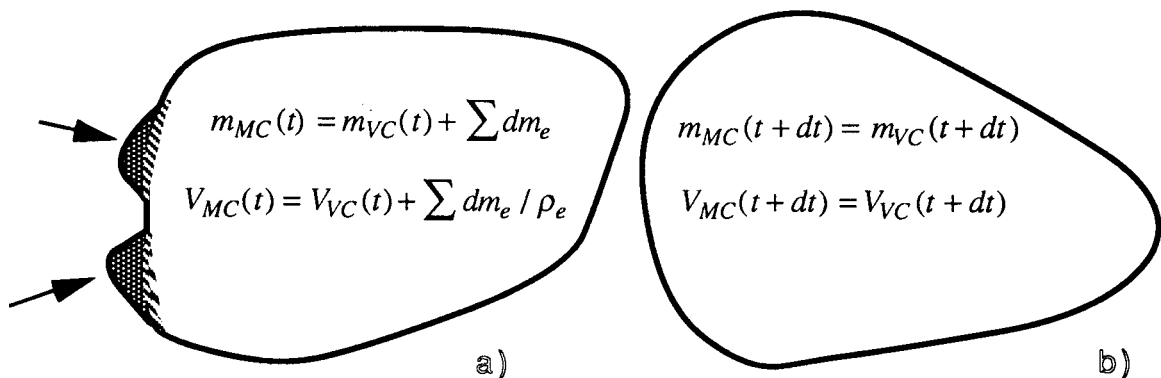


Fig. 5.1. Esquema explicativo del paso del análisis de masa de control (MC) al de volumen de control (VC). Se muestran dos instantes sucesivos a) y b) de la evolución de un sistema genérico donde la línea llena limita la masa de control (constante), y el volumen de control se ha tomado coincidente con el de la masa de control en el instante $t+dt$, y un poco diferente en el estado t .

Se van a utilizar los subíndices MC y VC para referirse a la masa de control y al volumen de control, y la frontera de éste se va a dividir en la parte permeable FP y la impermeable FI (el caso más corriente es que el volumen de control coincida con el interior de una máquina o

1. Ver p.e. White, F., "Mecánica de fluidos", McGraw-Hill, 1983.

instalación, quedando limitado el sistema, casi siempre un sistema fluido, por las paredes internas del aparato y por los orificios de entrada/salida que en general suelen ser una parte pequeña de todo el contorno). Además, el subíndice e se referirá al subsistema elemental que entra (si sale se pondrá con signo menos), el cual se supone que está en equilibrio termodinámico (local); esta restricción del análisis al equilibrio en la frontera permeable es similar a la de equilibrio inicial en los procesos de masa de control. Como se desprende de la Fig. 5.1, las ecuaciones para la masa de control MC en función de las variables del volumen de control VC serán:

$$dV_{MC} = dV_{VC} - \sum^{aberturas} \frac{dm_e}{\rho_e} \quad (5.6)$$

$$dm_{MC} = dm_{VC} - \sum^{aberturas} dm_e = 0 \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} d(m\bar{v}_{cm})_{MC} &= d(m\bar{v}_{cm})_{VC} - \sum^{aberturas} \bar{v}_e dm_e = \\ &= \int_{A_{MC}} \vec{f}_A dAdt + m\vec{g}dt = \int_{A_{VCFI}} \vec{f}_A dAdt - \sum^{aberturas} p_e A_e \bar{n}_e dt + m\vec{g}dt \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} d(me)_{MC} &= d(me)_{VC} - \sum^{aberturas} e_e dm_e = \\ &= dQ_{MC} + dW_{MC} = dQ_{FI} + dQ_{FP} + dW_{FI} + \sum^{aberturas} \frac{p_e}{\rho_e} dm_e \end{aligned} \quad (5.9)$$

El término $dW_{FP} = \int_{FP} \vec{f}_A dAd\vec{x} = \int_{FP} \bar{\tau} \cdot \bar{n} dAd\vec{x} \approx \int_{FP} p_e dV_e \approx \int_{FP} (p_e / \rho_e) dm_e$, es decir, si se desprecian los esfuerzos viscosos (inversamente proporcionales al número de Reynolds) en la sección de entrada, el único trabajo allí es el llamado trabajo de flujo $(p/\rho)dm$. El término $dW_{FI} = \int_{FI} \vec{f}_A dAd\vec{x} = \int_{FI} \bar{\tau} \cdot \bar{n} dAd\vec{x}$ es el trabajo a través de la frontera impermeable y lo denominaremos dW (sin el subíndice FI para simplificar la nomenclatura, pero que no conviene olvidar). El término $dQ_{FP} = \int_{FP} -k\nabla T \cdot \bar{n} dA$ es despreciable (por serlo ∇T), y de modo similar $\int_{FP} dQ/T$ será despreciable, salvo cuando el gradiente de temperatura en el fluido a la entrada sea enorme (onda de choque o de combustión). Nótese que tanto dW como dQ en Termodinámica sólo se han definido como transvases de energía a través de una superficie impermeable a la materia (frontera de una masa de control), por lo que dW_{FP} y dQ_{FP} han sido en realidad evaluados entre dos instantes próximos de una superficie fluida (que se mueve con la velocidad local del fluido). El término dQ_{FI} es el calor recibido a través de las paredes y le llamaremos simplemente dQ . Con estas sustituciones el balance energético se puede poner:

$$d(me)_{VC} = dE_{VC} = dQ + dW + \sum^{aberturas} \left(e + \frac{p}{\rho} \right)_e dm_e = dQ + dW + \sum^{aberturas} h_{e_i} dm_e \quad (5.10)$$

siendo h_t la entalpía total, definida por:

$$h_t \equiv h + e_m = u + \frac{p}{\rho} + e_m = e + \frac{p}{\rho} \quad (5.11)$$

Además, para los balances de entropía y exergía:

$$d(ms)_{MC} = d(ms)_{VC} - \sum_{\text{aberturas}} s_e dm_e = dS_{gen} - \int_A \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dA dt \quad (5.12)$$

$$d\Phi_{MC} = d\Phi_{VC} - \sum_e \left(e + \frac{p}{\rho} - T_o s \right) dm_e = dE_{MC} + p_o dV_{MC} - T_o dS_{MC} \quad (5.13)$$

de donde se deducen las ecuaciones para el volumen de control:

$$dm_{VC} = \sum_{\text{aberturas}} dm_e \quad (5.14)$$

$$d(m\vec{v}_{cm})_{VC} = \int_{A_{Fl}} \vec{f}_A dA dt - \sum_{\text{aberturas}} p_e A_e \vec{n}_e dt + m\vec{g} dt + \sum_{\text{aberturas}} \vec{v}_e dm_e \quad (5.15)$$

$$d(me)_{VC} = dQ + dW + \sum_{\text{aberturas}} h_e dm_e \quad (5.16)$$

$$d(ms)_{VC} = dS_{gen} - \int_{A_{Fl}} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dA dt + \sum_{\text{aberturas}} s_e dm_e \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} d\Phi_{VC} &= dE_{VC} + p_o dV_{VC} - T_o dS_{VC} = \\ &= dW + p_o dV_{VC} + \left(1 - \frac{T_o}{T} \right) dQ + \sum_{\text{aberturas}} (h_e - T_o s)_e dm_e - T_o dS_{gen} \end{aligned} \quad (5.18)$$

Esta última constituye el balance exergético para un volumen de control, y se puede poner en una forma análoga a la de una masa de control (3.16):

$$\Delta\Phi_{VC} = W_u + \int \left(1 - \frac{T_o}{T} \right) dQ - T_o S_{gen} + \sum_{\text{aberturas}} \int \phi_e dm_e \quad (5.19)$$

donde $W_u \equiv W + p_o \Delta V_{VC}$ es el trabajo útil definido en (3.2), y $\phi_e \equiv (h_e - T_o s)_e$ es la exergía que entra por unidad de masa que entra. La interpretación de (5.19) es que la exergía de un volumen de control entre dos estados aumenta por la energía del trabajo que recibe, aumenta por la parte exergética de la energía del calor que recibe (la del rendimiento de un motor de Carnot, Cap. 3), disminuye por la energía degradada en la generación de entropía en el interior, y aumenta por la exergía que recibe de las corrientes que entran (si salen, cambia el signo).

También es fácil comprobar que se cumple la relación de Gouy-Stodola como para una masa de control (3.11), $I=T_o\Delta S_{univ}$, pues de (5.18) se deduce que $T_oS_{gen}=W+p_o\Delta V_{VC}+\int(1-T_o/T)dQ+\int(h_i-T_o s)dm_e-\Delta\Phi_{VC}$, y como $T_oS_{gen_{atm}}=-\int(1-T_o/T)dQ$, se obtiene que $I=W+p_o\Delta V_{VC}+\int(h_i-T_o s)dm_e-\Delta\Phi_{VC}=T_oS_{gen_{sistema}}+T_oS_{gen_{atm}}$, como se quería demostrar.

Nota sobre la formulación diferencial en Mecánica de fluidos. Si no se introducen las simplificaciones del punto anterior, y con ayuda del teorema de Gauss-Ostrogradski² para la transformación de integrales de superficie en integrales de volumen:

$$\int_A \Phi \vec{n} dA = \int_V \nabla \Phi dV, \quad \int_A \vec{\Phi} \cdot \vec{n} dA = \int_V \nabla \cdot \vec{\Phi} dV, \quad \int_A \vec{\Phi} \times \vec{n} dA = \int_V \nabla \times \vec{\Phi} dV \quad (5.20)$$

se llega a las ecuaciones diferenciales de la Mecánica de fluidos como se detalla a continuación para el balance másico.

Se elige una masa de control dm y se tendrá:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_{MC}(t)} \rho dV = \int_{V_{VC}(t_o)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{A_{VC}(t_o)} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = \int_{V_{VC}(t_o)} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right] dV = 0 \quad (5.21)$$

y como el volumen de integración $V(t_o)$ puede ser elegido arbitrariamente, se deduce que el integrando ha de ser nulo, es decir, para toda partícula fluida $\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$. En resumen:

-balance másico:

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (5.22)$$

-balance mecánico:

$$\partial(\rho \vec{v}) / \partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g} \quad (5.23)$$

-balance energético:

$$\partial(\rho e) / \partial t + \nabla \cdot (\rho e \vec{v}) = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) \quad (5.24)$$

Respecto a la ecuación de la energía, conviene notar que en Mecánica de fluidos no se incluye la energía potencia en la e , sino que el término correspondiente figura en el segundo miembro como un trabajo más, y recordar que $\nabla \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{v}) = \nabla \vec{\tau} \cdot \vec{v} + \vec{\tau} : \nabla \vec{v}$ (el primer término corresponde al incremento de la energía cinética y el segundo a la energía mecánica degradada por fricción), y que dicha ecuación también se puede poner en función del tensor de esfuerzos viscosos $\vec{\tau}'$ ($\vec{\tau}' \equiv \vec{\tau} - p \vec{\delta}$), siendo p la presión y $\vec{\delta}$ el tensor unitario: $\delta_{ii}=1$ y $\delta_{ij}=0$) en la forma:

2. Ver p.e. Kudriáv'tsev, L.D., "Curso de análisis matemático", Mir, 1983.

$$\partial(\rho e) / \partial t = -\nabla \cdot \vec{q} + \nabla \cdot (\bar{\tau}' \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot [(e + p / \rho) \rho \vec{v}] \quad (5.25)$$

que recuerda más la forma usada normalmente en Termodinámica (Ec. 5.16). Pero en Mecánica de fluidos se acostumbra a usar esa ecuación una vez restada de ella la del balance másico multiplicada por la velocidad, con la que, introduciendo la derivada convectiva o sustancial D (siguiendo a la partícula fluida) $D() = \partial() + \vec{v} \cdot \nabla()$, queda finalmente:

-balance másico:

$$D\rho / Dt + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (5.26)$$

-balance mecánico:

$$\rho D\vec{v} / Dt = \nabla \cdot \bar{\tau}' + \rho \vec{g} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}' + \rho \vec{g} \quad (5.27)$$

-balance energético:

$$\rho (De / Dt) = -\nabla \cdot \vec{q} - \vec{v} \cdot \nabla p + \bar{\tau}' : \nabla \vec{v} \quad (5.28)$$

y también:

$$\rho De_m / Dt = -\vec{v} \cdot \nabla p + \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \bar{\tau}') \quad (5.29)$$

$$\rho Du / Dt = -\nabla \cdot \vec{q} + \bar{\tau}' : \nabla \vec{v} - \rho \nabla \cdot \vec{v} \quad (5.30)$$

$$\rho Dh / Dt = -\nabla \cdot \vec{q} + Dp / Dt + \bar{\tau}' : \nabla \vec{v} \quad (5.31)$$

$$\rho Dh_t / Dt = -\nabla \cdot \vec{q} + \partial p / \partial t + \nabla \cdot (\bar{\tau}' \cdot \vec{v}) \quad (5.32)$$

$$\rho c_p DT / Dt = -\nabla \cdot \vec{q} + \alpha TDp / Dt + \bar{\tau}' : \nabla \vec{v} \quad (5.33)$$

esta última obtenida de (5.31) y (4.17).

-balance de entropía:

$$\rho Ds / Dt = \frac{-\nabla \cdot \vec{q} + \bar{\tau}' : \nabla \vec{v}}{T} \quad (5.34)$$

siendo $\bar{\tau}' : \nabla \vec{v} \geq 0$ el término de disipación, que sólo depende de los esfuerzos viscosos. La única restricción de las ecuaciones anteriores es que se ha supuesto que las únicas fuerzas volumétricas son las del peso, por lo que el sistema de referencia a elegir deberá ser inercial (en Mecánica de fluidos interesa a veces usar ejes de referencia no inerciales y hay que añadir los términos correspondientes).

Presurización y despresurización de depósitos

El ejemplo típico de análisis no estacionario de un volumen de control (el caso estacionario es más sencillo y se estudia después) es la presurización y despresurización de depósitos. Si nos limitamos al caso de un depósito rígido con un solo orificio de entrada o salida (en el cual se supone movimiento unidimensional y uniformidad termodinámica en la sección), conteniendo una sustancia en cantidad m variable con el tiempo (llenado/vaciado), las ecuaciones de la evolución serán:

-balance másico:

$$dm = dm_e \quad (5.35)$$

-balance mecánico:

$$d(m\vec{v}_{cm}) = -pA\vec{n}dt + m\vec{g}dt + \vec{F}_{FI}dt + \vec{v}_e dm_e \quad (5.36)$$

-balance energético:

$$d(me) = dQ + dW + h_{e_1} dm_e \quad (5.37)$$

-generación de entropía:

$$dS_{gen} = d(ms) - \int_{A_{FI}} dQ/T - s_e dm_e \geq 0 \quad (5.38)$$

donde \vec{F}_{FI} es la fuerza aplicada a través de la frontera impermeable (carcasa), que para los sistemas normales en reposo será la reacción en los apoyos y para los sistemas móviles el empuje, lo que se calcularía precisamente con la ecuación (5.36), así que normalmente en las aplicaciones termodinámicas no interesa esa variable y por tanto tampoco se hace uso de esa ecuación.

En la carga/descarga rápida se puede despreciar dQ , y como $dW=0$ por ser recipiente rígido sin partes móviles, queda $d(me) = h_{e_1} dm_e$, que puede integrarse si se conoce cómo varía la entalpía total a la entrada/salida con la masa, como en el caso de llenado desde un depósito infinito en que la $h_{e_1} = h_{ext}$ es constante, ya que, aunque habría que evaluarla en la boca del recipiente, coincidirá con la h_1 del depósito, corriente arriba. En este caso, $m_2 e_2 - m_1 e_1 = h_{ext}(m_2 - m_1)$, y si, además, el recipiente estaba inicialmente vacío ($m_1=0$), queda simplemente $e_2 = h_{ext}$. Si en el estado 2 la energía mecánica es despreciable (se ha calmado el efecto del chorro de entrada), será $u_2 = h_{ext}$ y si se supone que el fluido es un gas perfecto $c_v T_2 = c_p T_{ext}$, así que si se llena desde una atmósfera a 288 K un recipiente vacío, el aire que entra se calienta hasta $T_2 = \gamma T_{ext} = 1,4 \cdot 288 = 403$ K. Nótese que la ecuación $d(me) = h_{e_1} dm_e$ puede sustituirse por $d(me)_1 + d(me)_2 = 0$, de donde se deduce que $V_1 dp_1 + V_2 dp_2 = 0$.

Un detalle importante desde el punto de vista formal es qué pasa con la solución si se toma como origen para medir energías la temperatura ambiente; ¿será $h_{ext}=0$ y por tanto $u_2=0$? Por supuesto que no (demuéstrese como ejercicio).

La descarga rápida ($dQ=0$) de un depósito rígido ($dW=0$), a diferencia de la carga (donde el chorro está en el interior del sistema) puede suponerse isentrópica, ya que la degradación de energía mecánica por fricción será despreciable al ser las velocidades interiores pequeñas (excepto cerca de la boca de salida, y aún allí sólo habrá gradientes cerca de las paredes). En efecto, si se supone que no hay degradación, la entalpía total en la boca de salida será igual a la entalpía en el interior del depósito, luego $d(mu) = hdm$, y, desarrollando $mdv = pvdm$, $du/(pv) = dm/m = -dv/v$, luego $du + pdv = 0$ que es lo mismo que haber supuesto la descarga isentrópica.

Régimen estacionario

La mayoría de los sistemas de flujo en ingeniería funcionan casi siempre en régimen estacionario o casi estacionario, es decir, el tiempo de residencia del fluido en la cámara es pequeño comparado con el tiempo característico de los procesos de interés (p.e., interesa saber qué pasa cada segundo en una turbina y el fluido tarda en pasar milésimas de segundo). Normalmente suele considerarse el funcionamiento intermitente como síntoma de avería, aunque otras veces el sistema se ha diseñado para que funcione en régimen pulsante. En cualquier caso, para el estudio de los procesos de arranque y parada habrá que recurrir a las ecuaciones del régimen transitorio, descritas anteriormente.

Estacionario significa que $d/dt=0$ (nótese que las partículas fluidas sí varían sus propiedades con el tiempo al variar de posición), por lo que los balances de masa, energía y exergía serán:

$$\text{-balance másico:} \quad 0 = \sum^{aberturas} (\rho v A)_e \quad (5.39)$$

$$\text{-balance energético:} \quad 0 = \dot{Q} + \dot{W} + \sum^{aberturas} (h_i \rho v A)_e \quad (5.40)$$

$$\text{-balance exergético:} \quad 0 = \dot{W} + \int \left(1 - \frac{T_o}{T}\right) d\dot{Q} + \sum^{aberturas} [(h_i - T_o s) \rho v A]_e - T_o \dot{S}_{gen} \quad (5.41)$$

siendo $\dot{m} = \rho v A$ el gasto másico que atraviesa una abertura y donde el subíndice e indica que el sumando es positivo si entra (si sale se cambia el signo); y v es la velocidad media en el conducto de entrada o salida. En particular, el caso más corriente es el de un volumen de control con una única sección de entrada y otra de salida, con lo cual, admitiendo uniformidad de propiedades en ambas secciones, se podrá poner:

$$\text{-balance másico:} \quad \rho_2 v_2 A_2 = \rho_1 v_1 A_1 \quad (5.42)$$

$$\text{-balance energético:} \quad h_{2t} - h_{1t} = q + w \quad (5.43)$$

$$\text{-balance exergético:} \quad (h_{2t} - T_o s)_2 - (h_{1t} - T_o s)_1 = w + \int (1 - T / T_o) dq - T_o s_{gen} \quad (5.44)$$

siendo 1 y 2 las secciones de entrada y salida respectivamente, A el área, q y w los aportes de energía térmica y mecánica por unidad de gasto másico ($W/(kg \cdot s^{-1})$ ó $J \cdot kg^{-1}$) y s_{gen} la entropía generada en el volumen de control en cada unidad de masa que pasa. En la mayoría de los casos la variación de energía mecánica es despreciable y se puede poner $h_2 - h_1 = q + w$. A la diferencia $(h_r - T_o s)_2 - (h_r - T_o s)_1$ se le llama variación de exergía de la corriente entre la entrada y la salida:

$$\Delta \phi \equiv (h_r - T_o s)_2 - (h_r - T_o s)_1 \quad (5.45)$$

Nótese la semejanza entre la ecuación $h_2 - h_1 = q + w$ y la $E_2 - E_1 = Q + W$, o dejando aparte la energía mecánica, $U_2 - U_1 = Q + W$, o todavía más por unidad de masa, $u_2 - u_1 = q + w$. Pero este parecido es engañoso, pues no hay que olvidar que esta última es el balance energético para una masa de control en el caso general, mientras que $h_2 - h_1 = q + w$ es el balance energético de un volumen de control de dos orificios y sólo en el caso estacionario. Así, $u_2 - u_1$ se refiere a una misma masa en dos instantes diferentes, mientras que $h_2 - h_1$ se refiere a dos secciones distintas en un mismo instante, aunque (sólo para este caso de régimen estacionario con dos aberturas) también se podría pensar que h_2 y h_1 corresponden a una masa de control en dos instantes diferentes (una masa unitaria que inicialmente está en el conducto de entrada y finalmente está en el conducto de salida); con esta interpretación, se comprende que aparezca el incremento de entalpías en lugar del de energías debido al aporte de trabajo de flujo, no contabilizado en el término w (entra $p_1 v_1$ y sale $p_2 v_2$).

Ecuación de Bernoulli generalizada

Para un sistema en régimen estacionario con dos aberturas, es fácil ver que la expresión para una masa de control de la energía mecánica degradada por fricción $E_{mdf} = W + \int p dV - \Delta E_m$ pasa a ser, por unidad de gasto másico, $e_{mdf} = w - \int v dp - \Delta e_m$, ya que $W_{MC} = W_{VCFI} + \sum (p v dm)_e$ (siendo v en este caso el volumen específico y no la velocidad), lo cual nos permite desdoblarse el balance energético en dos partes:

$$\text{-balance energético mecánico: } w = \int \frac{dp}{\rho} + \Delta e_m + e_{mdf} \quad (5.46)$$

$$\text{-balance energético térmico: } q = -e_{mdf} + \Delta u + \int p d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (5.47)$$

habiendo obtenido la segunda por diferencia entre el balance energético global (5.43) y el balance energético mecánico (5.46), el cual se denomina también ecuación de Bernoulli generalizada, pues fue Bernoulli en 1738 quien primero descubrió la conocida relación $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = cte$ que se aplica en hidráulica (fluido incompresible) cuando no hay aporte de trabajo ($w=0$) ni fricción ($e_{mdf}=0$); es de notar que la ecuación de Bernoulli se escribe en términos energéticos o en términos de presión o en términos de alturas en las diferentes ramas de ingeniería (energética, hidráulica y civil, respectivamente).

El balance energético mecánico enseña que el trabajo comunicado a un fluido se invierte en aumentarle la presión (bombeo) $\int dp/\rho$, aumentarle la velocidad (soplado) Δe_m (el aumento de altura también se llama bombeo), y en calentarlo por fricción (agitación) e_{mdf} .

Caso particular de líquidos perfectos:

En este caso la densidad y la capacidad térmica son constantes (y c_v coincide con c_p), por lo que se tiene $\Delta u=c\Delta T$, $\Delta h= c\Delta T+\Delta p/\rho$, $s_2-s_1= c\ln(T_2/T_1)$ y resulta:

$$\Delta(vA) = 0 \tag{5.48}$$

$$q + w = c\Delta T + \Delta p/\rho + \Delta e_m \tag{5.49}$$

$$w = \Delta p/\rho + \Delta e_m + e_{mdf} \tag{5.50}$$

$$q + e_{mdf} = c\Delta T \tag{5.51}$$

Caso particular de gases perfectos:

En este caso $p=\rho RT$ y $c_p=cte$, por lo que se tiene $\Delta u=c_v\Delta T$, $\Delta h = c_p\Delta T$, $s_2-s_1= c_p\ln(T_2/T_1)-R\ln(p_2/p_1)$ y los balances energéticos:

$$\Delta(vAp/(RT))= 0 \tag{5.52}$$

$$q + w = c_p\Delta T + \Delta(v^2/2) \tag{5.53}$$

donde se ha despreciado el incremento de energía potencial gravitatoria que es despreciable en las aplicaciones técnicas con gases.

Condiciones totales o de remanso para flujo compresible y flujo incompresible

El estado termodinámico de un fluido simple compresible queda definido por dos variables de estado, p.e. la presión y la temperatura (que en particular definen la entalpía h), pero el balance energético de un volumen de control comprende además los términos mecánicos (cinético y potencial). En efecto, en régimen estacionario, $q+w=\Delta h+\Delta(v^2/2)+\Delta(gz)$, que muestra que los modos mecánicos pueden tomar o ceder energía de los modos internos y por eso conviene definir un estado total (en principio ficticio) cuya entalpía h_t comprendiese la entalpía total y cuya entropía (para no introducir información adicional) coincidiera con la del estado actual; es decir:

estado actual: definido por el conjunto de variables (h,s,v,z) , o bien (T,p,v,z) ,
 estado total : definido por el conjunto de variables $(h_t,s_t,0,0)$, o bien $(T_t,p_t,0,0)$,

tal que:

$$h_t \equiv h + v^2/2 + gz \quad \text{y} \quad s_t \equiv s \tag{5.54}$$

Este estado total es el que alcanzaría el fluido si se decelerase y cayese estacionaria e isentrópicamente hasta la velocidad nula a la cota de referencia, por lo que también se llama estado de remanso, o de estancamiento, o de parada. Conviene recalcar que la parada debería ser isentrópica para alcanzarse el estado total (si no, la entalpía sí se alcanzaría, pero la entropía variaría) y, por otra parte, que los términos cinético y potencial no son absolutos sino que dependen del sistema de referencia del observador.

Caso particular de líquidos perfectos:

De la expresión de la diferencia de entropía entre dos estados $s_t - s = c \ln(T_t/T)$, que es nula por definición de estado total, se deduce que la temperatura de un líquido incompresible (aunque c varíe con T) no varía al decelerarse y caer isentrópicamente, y de la expresión $h_t - h = c(T_t - T) + (p_t - p)/\rho + v^2/2 + gz$ se deduce la ecuación: $p_t = p + \rho v^2/2 + \rho gz$; es decir,

$$\text{para líquidos incompresibles} \quad T_t = T \quad p_t = p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gz \quad (5.55)$$

Caso particular de gases perfectos:

Despreciando la variación de energía potencial, de la expresión de la entalpía entre dos estados $h_t - h = c_p(T_t - T) = v^2/2$ se deduce que los gases se calientan al decelerarse (y se enfrían al acelerarse) según la ley $T_t = T + v^2/(2c_p)$, y de la expresión $s_t - s = c_p \ln(T_t/T) - R \ln(p_t/p)$ igual a cero por definición de estado total se deduce que los gases se comprimen al decelerarse isentrópicamente. Como $R = c_p - c_v$, se obtiene finalmente:

$$\text{para gases perfectos} \quad \left(\frac{p_t}{p} \right)^\gamma = \frac{T_t}{T} = 1 + \frac{v^2}{2c_p T} \quad (5.56)$$

El uso de los estados totales simplifica mucho el estudio inicial de los sistemas ingenieriles en los que la energía cinética es importante (toberas, compresores, turbinas y otros conductos) porque permite determinar los estados totales (con las ecuaciones de balance total) sin necesidad de conocer las velocidades, presiones y temperaturas verdaderas en cada sección. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones la energía cinética es despreciable aunque la velocidad parezca importante; p.e. al decelerarse el aire desde 50 m/s al reposo sólo se calentaría 1,25 K y su presión se multiplicaría por 1,015 a temperatura ambiente.

Compresión y expansión de fluidos. Rendimientos

La compresión y expansión de fluidos tiene un gran interés termodinámico teórico y práctico, principalmente en el caso de gases y vapores, y sobre todo en el caso de sistemas de flujo (volumen de control). El caso de una masa de control es relativamente simple y se deja como ejercicio. Los procesos que tienen lugar en un volumen de control en régimen estacionario se suelen clasificar en: 1) movimiento en conductos sin adición de calor ni de trabajo, 2) movimiento en conductos sin adición de calor y 3) calentadores y enfriadores.

Movimiento en conductos sin adición de calor ni de trabajo

Se caracteriza por que $dq=0$ y $dw=0$ (tuberías, difusores, toberas). En general, el balance másico y energético es $\sum dm_i = 0$ y $\sum h_i dm_i = 0$, que en el caso normal de una sola entrada y una sola salida queda $\Delta h_t = 0$.

En este caso, para un líquido perfecto se reduce a $\Delta(vA) = 0$, $\Delta T_t = \Delta T \geq 0$ y $\Delta p_t = -\rho c \Delta T \leq 0$ (que es la llamada pérdida de carga). Es fácil ver que el calentamiento por fricción es muy

pequeño ($\Delta T \approx \Delta p / (\rho c) = 0,02 \text{ K}$ por cada 10^5 Pa para el agua) por lo que en la práctica se desprecia el término de presión en la entalpía y se usa $\Delta h = c\Delta T$ simplemente. Por tanto, si no hay adición de calor el balance energético carece de interés. Por ejemplo, una válvula en un conducto de sección constante no hace más que regular el gasto másico (la ley de regulación se establece empíricamente en forma de correlación adimensional de la pérdida de carga en función del gasto másico para cada posición y tipo de válvula).

Para un gas perfecto se tendrá $\Delta(pvA/(RT))=0$, $\Delta T_t=0$ y $\Delta p_t \leq 0$. Este caso se estudiará con detalle posteriormente. Para velocidades bajas (movimiento subsónico) es fácil sacar las siguientes conclusiones: a) en un conducto de sección constante la presión y la temperatura disminuyen y la velocidad aumenta; b) en un conducto de área variable la presión puede aumentar (aumentando el área y disminuyendo la velocidad, como se hace en los difusores) o disminuir (disminuyendo el área y aumentando la velocidad, como se hace en las toberas).

Siempre se puede usar la variable irreversibilidad o el incremento de entropía del universo para medir la irreversibilidad del proceso, pero ambas son extensivas y en este caso se prefiere introducir los llamados rendimientos isentrópicos o adiabáticos para medir la irreversibilidad. Así, para la compresión dinámica en un difusor en el que se alcanza una p_{2t} (la cual podría haberse alcanzado isentrópicamente utilizando una energía mecánica menor Δe_{mideal} véase Fig. 5.2a) se define:

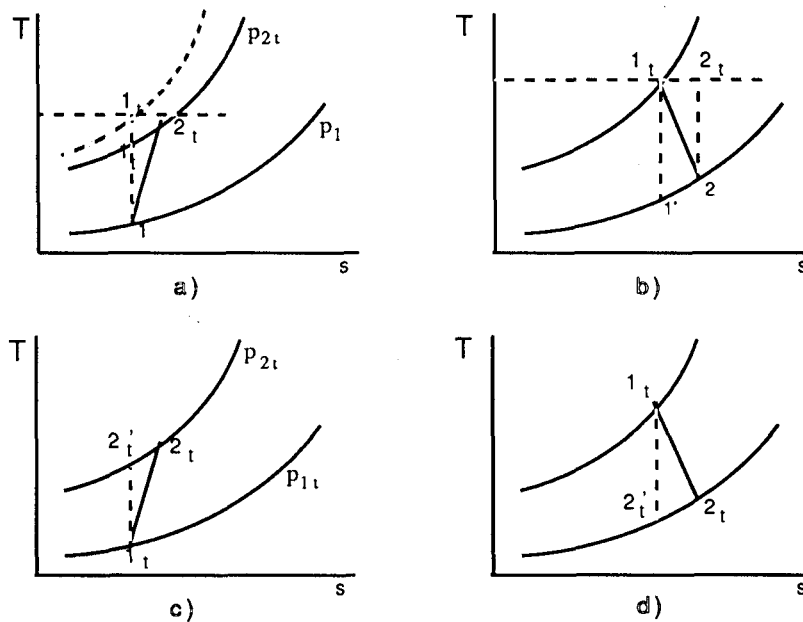


Fig. 5.2. Diagramas para ilustrar la definición de los rendimientos adiabáticos (o isentrópicos) de a) difusor, b) tobera, c) compresor y d) turbina.

$$\text{Para un difusor } \eta \equiv \frac{\Delta e_{mideal}}{\Delta e_{mreal}} \equiv \frac{h_{1t} - h_{1GP}}{h_{1t} - h_1} = \frac{T_{1t} - T_1}{T_{1t} - T_1} = \frac{\left(\frac{p_{2t}}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{2t}}{T_1} - 1} \quad (5.57)$$

donde GP se refiere al caso de gas perfecto. Similarmente, para la expansión dinámica en una tobera en la que se obtiene una energía cinética a la presión de salida es $\Delta e_{m_{real}}$ siendo $\Delta e_{m_{ideal}}$ la que se hubiera obtenido sin pérdidas, se define (Fig. 5.2b):

$$\text{Para una tobera } \eta \equiv \frac{\Delta e_{m_{real}}}{\Delta e_{m_{ideal}}} = \frac{h_{2_t} - h_{2_t}^{GP}}{h_{1_t} - h_{1_t}^{GP}} = \frac{T_{2_t} - T_2}{T_{1_t} - T_1} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_{1_t}}}{\left(1 - \frac{p_2}{p_{1_t}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (5.58)$$

Los valores típicos de η para difusores y toberas bien diseñados están entre 0,9 y 1.

Movimiento en conductos sin adición de calor

Se caracterizan por $dq=0$ (compresores, bombas, ventiladores, expansores, turbinas). También se incluirían los agitadores. Similarmente al caso anterior se definen los rendimientos de compresión y de expansión (véase Fig. 5.2c y d):

$$\text{Para un compresor } \eta \equiv \frac{w_{ideal}}{w_{real}} = \frac{h_{2_t} - h_{1_t}}{h_{2_t} - h_{1_t}^{GP}} = \frac{\left(\frac{p_{2_t}}{p_{1_t}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_{2_t}}{T_{1_t}} - 1} \quad (5.59)$$

$$\text{Para una turbina } \eta \equiv \frac{w_{real}}{w_{ideal}} = \frac{h_{1_t} - h_{2_t}}{h_{1_t} - h_{2_t}^{GP}} = \frac{1 - \frac{T_{2_t}}{T_{1_t}}}{1 - \left(\frac{p_{2_t}}{p_{1_t}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (5.60)$$

donde GP se refiere al modelo de gas perfecto. Los valores típicos son $0,6 < \eta_{compresor} < 0,9$ y $0,75 < \eta_{turbina} < 0,95$. Además de con estos rendimientos, la irreversibilidad de estos procesos puede medirse con la variable I (igual a $T_o \Delta S$ en presencia de una atmósfera a T_o), el incremento de entropía del universo (que coincide aquí con el del sistema), o la energía mecánica degradada $e_{mdf} = w - \int dp/\rho - \Delta e_m$, aunque para ésta, por ser función de camino, habrá que imaginar un camino de integración, lo que se suele hacer como a continuación se indica.

Limitándonos a las evoluciones de los gases perfectos, se llama evolución politrópica a aquella que cumple $pv^n = cte$, que con la ecuación de estado da también $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}$, de donde, conocidos T_2, T_1, p_2, p_1 , se determina el llamado exponente politrópico n . Es fácil ver que si se define la capacidad térmica politrópica como $c_n = c_v(n-\gamma)/(n-1)$, tal que $s-s_o = c_n \ln(T/T_o)$, integrando en la expresión de la energía mecánica degradada por fricción, con $w - \Delta e_m = c_p(T_2 - T_1) - q$, se obtiene $e_{mdf} = c_n(T_2 - T_1) - q$, lo cual proporciona un modelo sencillo para la estimación de e_{mdf} que se usa a menudo para procesos adiabáticos en compresores y expansores.

Calentadores y enfriadores

Se caracterizan por $dw=0$ (cambiadores de calor). Para un líquido perfecto se tiene que $\Delta T=q-\Delta p/\rho$, pero obviamente en la práctica sólo se calienta con q y no con degradación de energía mecánica, por el precio. En muchas de estas aplicaciones aparecen cambios de fase porque con ello se consigue más efectividad en el intercambio de calor. Para gases perfectos $q=c_p\Delta T_t$.

Compresión y expansión escalonada

Es fácil ver que, incluso sin degradación, la compresión entre dos presiones dadas requiere más trabajo unitario cuanto mayor sea la temperatura de entrada al compresor (ya que $T_2/T_1=cte$ si $\eta=cte$, y por tanto $w=c_p(T_2-T_1)$ crece con T_1). Se comprende que si se evacuase calor el trabajo requerido sería menor, con el consiguiente ahorro energético (de hecho, el camino perfecto sería la compresión isoterma). Pero en la práctica los compresores han de suponerse adiabáticos porque funcionan deprisa, así que la solución es montar varios compresores escalonados (que cada uno comprima un poco) y enfriar la corriente en cambiadores de calor entre cada dos compresores (suelen llamarse interenfriadores). Es fácil demostrar que para gases perfectos, en el límite de enfriamiento hasta la temperatura ambiente T_1 , cada compresor consume la misma potencia, funcionando con relación de presiones idéntica (para dos compresores $p_2/p_{int}=p_{int}/p_1$, siendo p_{int} la presión intermedia) y con la misma relación de temperaturas.

En la expansión en una turbina ocurre al revés: cuanto más baja sea la temperatura de entrada, menor será el trabajo producido. Por eso, si se disponen varias turbinas escalonadas y se deja que la corriente se caliente entre ellas se aumentará la producción de potencia. Sin embargo, siempre hay que tener presente que en ambos casos (compresión refrigerada y expansión recalentada) se ha aumentado la eficiencia de funcionamiento de la instalación a costa de aumentar los gastos de infraestructura inicial, por lo que en realidad, para la optimización, habrá que hacer un análisis termoeconómico contemplando toda la vida de la instalación.

Movimiento compresible en conductos: efecto de la variación de área y de la adición de calor

Se va a estudiar el movimiento estacionario de gases a altas velocidades en conductos (cuasi-unidimensionalidad), que puede hacerse enteramente como aplicación de las ecuaciones expuestas anteriormente sin necesidad de recurrir a ideas más específicas de Mecánica de fluidos, y que es de enorme interés para comprender el funcionamiento de los eyectores de vapor o de gas, de las toberas de entrada a la turbina y de las toberas de los sistemas de propulsión a chorro, entre otros. Para ello se empieza definiendo la velocidad del sonido como otra variable termodinámica más del estado de equilibrio de un sistema simple compresible; el estudio de la velocidad del sonido no sólo es importante para el estudio del movimiento de gases en conductos a alta velocidad, sino para comprender los procesos de relajación mecánica, y hasta para determinar otras propiedades de estado, como en el método de Kundt de medida de la relación de capacidades térmicas.

Velocidad del sonido

La velocidad del sonido es una función del estado de equilibrio termodinámico, como se desprende de su definición:

$$c \equiv \sqrt{\left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_s}^{GP} = \sqrt{\gamma RT} \quad (5.61)$$

donde GP se refiere a un gas perfecto, y la relación isentrópica puede ponerse como $dp/p = \gamma d\rho/\rho$.

Ahora se va a comprobar que esa función así definida coincide con la velocidad de propagación de una pequeña perturbación en un medio material (velocidad del sonido). Para ello se va a hacer uso de las leyes de conservación para un volumen de control en régimen estacionario (la masa, el impulso y la energía y las condiciones $dw=0$, $dq=0$, $de_{mdf}=0$). Sea una onda débil de presión propagándose hacia la izquierda a velocidad constante v , y elijase un volumen de control ligado a la onda (ejes móviles). La Fig. 5.3 muestra la variación en las propiedades del medio a un lado y otro de la onda.

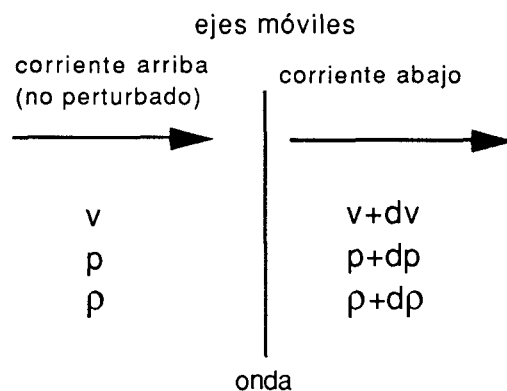


Fig. 5.3. Propagación de una onda débil de presión (hacia la izquierda) a velocidad v (se le llama velocidad del sonido).

Del balance másico, $\rho v = (\rho + d\rho)(v + dv)$, se deduce $dp/\rho + dv/v = 0$.

Del balance de cantidad de movimiento, $p + \rho v^2 = p + dp + (\rho + d\rho)(v + dv)^2$, se deduce $dp/d\rho = v^2$.

Del balance energético, $h + v^2/2 = h + dh + (v^2 + dv^2)/2$, junto con $dh = Tds + dp/\rho$, se deduce que $Tds = 0$, luego queda demostrado que la definición coincide con el caso propuesto.

La velocidad del sonido variará de un punto a otro. Al cociente entre la velocidad local del fluido y la velocidad del sonido local se le llama número de Mach, $M \equiv v/c$, y según su valor se dice que el movimiento es subsónico si $M < 1$, supersónico si $M > 1$ y sónico si $M = 1$ (también se suele llamar transónico si $M \approx 1$ e hipersónico si $M \gg 1$). Con esta nomenclatura, las variables totales T , p y ρ para un gas perfecto se escriben:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_t}{T} &= 1 + \frac{v^2}{2c_p T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \\ \frac{p_t}{p} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \frac{\rho_t}{\rho} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \end{aligned} \right\} \quad (5.62)$$

Las ecuaciones generales de la evolución serán:

-balance másico:

$$\rho v A = \left(\frac{p}{RT}\right) (M \sqrt{\gamma RT}) A = cte \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dM}{M} + \frac{dA}{A} - \frac{dT}{T} = 0 \quad (5.63)$$

-balance mecánico (da igual el balance de energía mecánica que el de impulso longitudinal):

$$0 = \int \frac{dp}{\rho} + \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2}\right) + e_{mdf} \Rightarrow \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dp}{p} + (\gamma-1) M dM + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \frac{dT}{T} + \frac{de_{mdf}}{c_p T} = 0 \quad (5.64)$$

-balance energético:

$$dq = dh + d\frac{v^2}{2} = c_p dT + d\frac{M^2 \gamma RT}{2} \Rightarrow \frac{dT}{T} + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \frac{dT}{T} + (\gamma-1) M dM - \frac{dq}{c_p T} = 0 \quad (5.65)$$

Si elegimos como parámetros independientes A , e_{mdf} y q , la evolución de las otras variables v (ó M), p y T será:

$$\left. \begin{aligned} (1-M^2) \frac{dM}{M} &= \frac{1+\gamma M^2}{2} \frac{dq}{c_p T} + \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{de_{mdf}}{c_p T} - \frac{dA}{A}\right) \\ (1-M^2) \frac{dp}{p} &= -\gamma M^2 \left(\frac{dq}{c_p T} - \frac{dA}{A}\right) - [1 + (\gamma-1)M^2] \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{de_{mdf}}{c_p T} \\ (1-M^2) \frac{dT}{T} &= (1-\gamma M^2) \frac{dq}{c_p T} + (\gamma-1) M^2 \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{de_{mdf}}{c_p T} - \frac{dA}{A}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5.66)$$

de donde se pueden sacar las conclusiones siguientes:

1. Si en una sección ocurre que $M=1$:
 - 1.1. Si $dA=0$, entonces $dq \leq 0$ (ya que $de_{mdf} \geq 0$), es decir, en un conducto adiabático de sección constante el flujo no puede alcanzar la velocidad del sonido.
 - 1.2. En el límite isentrópico sólo se alcanzaría $M=1$ cuando $dA=0$ (garganta).
 - 1.3. En el caso adiabático sólo se alcanzaría $M=1$ después de la garganta ($dA > 0$).

2. Si se quiere acelerar la corriente ($dM > 0$):
- 2.1. En el límite isentrópico habría que reducir o aumentar la sección de paso según que el movimiento sea subsónico o supersónico, luego, si se quiere pasar de subsónico a supersónico es necesario un conducto convergente-divergente.
 - 2.2. Si la sección no varía y $de_{mdf} = 0$, pero $dq < 0$, queda $(1 - M^2)dT = (1 - \gamma M^2)dq/c_p$, que indica que el régimen comprendido en el intervalo $\gamma^{-1/2} < M < 1$ es inalcanzable (inestable).
 - 2.3. Si la sección no varía, tanto de_{mdf} como dq aceleran el fluido (y disminuyen la presión) si el movimiento es subsónico, o si es supersónico lo deceleran (y aumentan la presión), hasta alcanzar $M = 1$ en que ya no varía M , pero la velocidad real (y el gasto másico) disminuye, ya que de la ecuación de continuidad se deduce que $pT^{-1/2} = cte$ y la T aumenta y la p disminuye.
3. La variación de las magnitudes totales será:

$$\frac{dT_t}{T_t} = \frac{dq}{c_p T_t} \quad \text{y} \quad \frac{dp_t}{p_t} = -\frac{\gamma M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \frac{dq}{c_p T_t} - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{de_{mdf}}{c_p T_t} \quad (5.67)$$

que muestra que la temperatura total sólo varía con la adición de calor (ya que $dw = 0$), y que la presión total disminuye al añadir calor e incluso en el caso adiabático y sólo puede aumentar si el calor que se extrae supera el efecto de la degradación por fricción.

Tobera isentrópica

Para muchas aplicaciones se puede aproximar por flujo isentrópico, reduciéndose las ecuaciones a:

$$\left. \begin{aligned} T_{2t} &= T_{1t} \\ p_{2t} &= p_{1t} \\ \dot{m} &= A \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \frac{p}{\sqrt{T}} M \\ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} &= \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

Por ejemplo, las relaciones entre las variables sónicas (para $M = 1$, también llamadas condiciones críticas) y las de remanso, para el caso de $\gamma = 1,4$ (p.e. el aire) resultan $p^*/p_t = 0,53$; $T^*/T_t = 0,83$; $\rho^*/\rho_t = 0,63$.

Normalmente, el problema que hay que resolver es el de la descarga de un depósito donde existen las condiciones totales p_t y T_t hasta una atmósfera a presión p_s , que será la que alcanzará el fluido a la salida (o algo después, si hay onda de choque a la salida). La Fig. 5.4a muestra el perfil de presiones a lo largo de una tobera convergente y otra convergente-divergente en función de la presión de descarga p_s , considerando constantes las condiciones

del depósito. Para toberas convergentes, al ir disminuyendo p_s cada vez sale más gasto, hasta el límite sónico:

$$\dot{m}^* = A_s \frac{\sqrt{2c_p}}{R} \frac{p_t}{\sqrt{T_t}} \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} - \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (5.69)$$

Si se sigue bajando la presión de salida ya no sale más, sino que se forman ondas de expansión oblicuas a la salida. Para toberas convergente-divergentes ocurre algo parecido: al ir disminuyendo p_s cada vez sale más gasto, hasta el límite subsónico, que viene dado por la expresión anterior si se cambia A_s por el área de la garganta (el fluido se acelera hasta la garganta y luego se decelera). Pero, como antes, si se sigue bajando la presión de salida ya no sale más. Si p_s está comprendida entre $p_{s\text{sub}}$ y $p_{s\text{sup}}$, se forma una onda de choque normal en el interior, como se indica en la Fig. 5.4b. Si $p_s = p_{s\text{sub}}$, entonces todo el movimiento es isentrópico con salida supersónica y se dice que la tobera está adaptada. Si $p_s < p_{s\text{sup}}$, se forman ondas de expansión oblicuas a la salida.

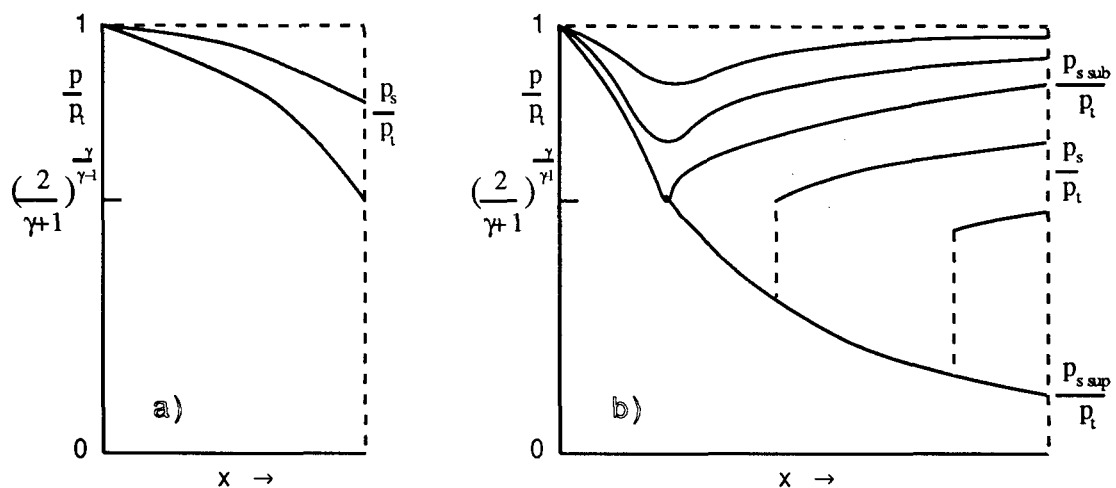


Fig. 5.4. Perfil de presiones a lo largo de una tobera a) convergente, b) convergente-divergente, para diversos valores de la presión de salida p_s .

En el caso de mantenerse constante la presión de salida e ir variando las condiciones en el depósito (p.e. disminuyendo a causa de la descarga) todo lo anterior es válido pero particularizado para cada instante, por lo tanto, para toberas críticas lo que permanece constante no es el gasto másico sino

$$\dot{m} \frac{\sqrt{T_t}}{p_t} = cte \quad (5.70)$$

Irreversibilidad en una onda de choque

Consideremos la intensidad de una onda de choque normal en un gas perfecto y el aumento de entropía asociado. Las ecuaciones para un volumen de control en ejes móviles (Fig. 5.5) serán:

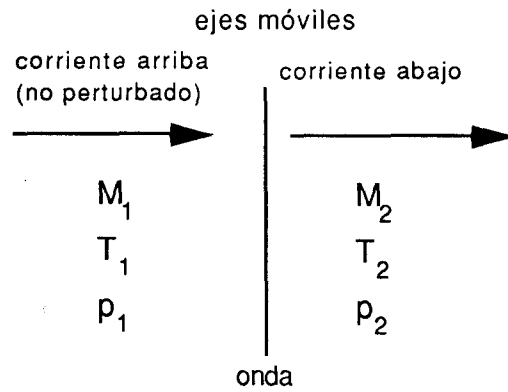


Fig. 5.5. Variables a cada lado de una onda de choque.

- balance másico: $\Delta(\rho vA)=0 \Rightarrow pMT^{-1/2}=cte$
- balance mecánico: $\int dp/\rho + \Delta v^2/2 + e_{mdf}=0 \Rightarrow p + \rho v^2 = cte \Rightarrow p(1 + \gamma M^2) = cte$
- balance energético: $(dw=0, dq=0) \Delta h_t=0 \Rightarrow T[1 + (\gamma-1)M^2/2] = cte$

donde se ha despreciado el término e_{mdf} frente a los otros términos (aunque luego se calcula el Δs y se puede comprobar). De aquí se deduce fácilmente³ la relación entre los números de Mach a un lado y otro y el incremento de entropía, que se han representado en la Fig. 5.6:

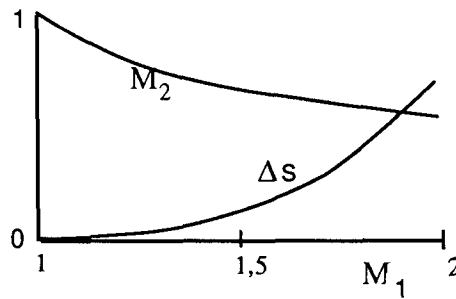


Fig. 5.6. Número de Mach a la salida e incremento de entropía a través de una onda de choque en función del Mach de entrada.

$$M_2 = \sqrt{\frac{M_1^2 + \frac{2}{\gamma-1}}{\frac{2\gamma}{\gamma-1}M_1^2 - 1}} \tag{5.71}$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_{t2}}{T_{t1}} - R \ln \frac{p_{t2}}{p_{t1}} = c_p \ln \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_2^2} - R \ln \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} = R \ln \frac{\left(\frac{\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_1^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \tag{5.72}$$

3. Ver p.e. Doolittle, J.S. y Hale, F.J., "Thermodynamics for Engineers", Wiley, 1984.

Aunque toda la formulación es simétrica respecto al cambio de M_1 a M_2 , el incremento de entropía enseña que sólo puede haber ondas de choque de compresión. Otra enseñanza de este análisis es que las ondas débiles ($p_2/p_1 \rightarrow 1$) viajan a la velocidad del sonido ($M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow 1$) y no generan entropía. Para el aire en condiciones normales, el espesor de la onda de choque es $\approx 10^{-7}$ m y el tiempo de residencia $\approx 10^{-9}$ s.

Es interesante representar en el diagrama presión-volumen el lugar geométrico de los posibles estados detrás de una onda de choque (en función de la intensidad). Para ello puede transformarse la ecuación del balance energético con ayuda de las otras dos en la llamada ecuación de Rankine-Hugoniot, la cual se representa en la Fig. 5.7a junto a la isoterma y la isentrópica que pasan por el mismo punto inicial (téngase cuidado que ahora v se refiere al volumen específico):

$$h_2(p_2, v_2) - h_1(p_1, v_1) = (p_2 - p_1)(v_2 + v_1)/2 \tag{5.73}$$

Las ondas de choque son procesos disipativos que necesitan un aporte continuo de exergía (en un vuelo supersónico el avión debe comprimir el aire detrás de la onda de choque). Un caso de gran interés es el de las ondas de choque mantenidas por una reacción exotérmica, que se llaman detonaciones. Las ecuaciones del salto a través de la onda (que ahora es más gruesa pues debe tener lugar la reacción química en su interior) son las mismas, y en particular la de Hugoniot, pero ahora habrá que tener en cuenta la deposición de energía química y la curva de puntos accesibles ya no pasará por el punto inicial p_1, v_1 , como se representa en la Fig. 5.7b. Si se analiza la estabilidad de las ondas de detonación se deduce que el único estado estable es el CJ, llamado de Chapman-Jouguet, y que es el de tangencia desde p_1, v_1 . Se deduce entonces que las ondas de detonación viajan a la velocidad del sonido de los gases quemados relativo a un sistema de referencia ligado a ellos.

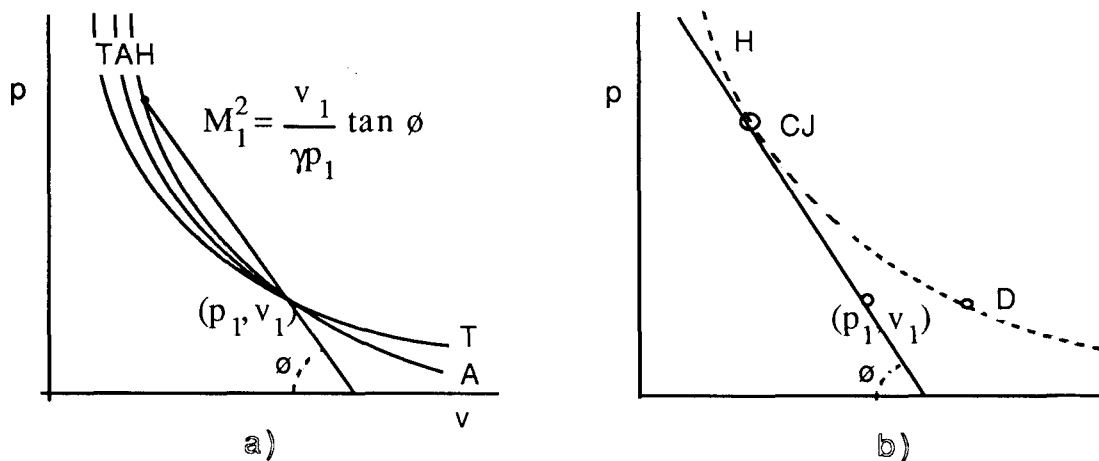


Fig. 5.7. Diagrama presión-volumen que muestra los estados posibles tras una onda a) de choque, b) de detonación, siendo (p_1, v_1) el estado no perturbado. Para comparación, se ha representado en a) las evoluciones isoterma T y adiábica A. H es la curva de Hugoniot (5.73) de los estados detrás de la onda. En b), el punto D (ligeramente por debajo del inicial) corresponde a una onda de deflagración (subsónica), y el punto CJ (Chapman-Jouguet), que es el de tangencia, corresponde a una onda de detonación (supersónica) con $M_2=1$.

RECAPITULACION

- Se justifica que, aunque las variables energéticas y entrópicas han de ir siempre ligadas a una masa de control para poder comparar sus variaciones, resulta muy ventajoso en la práctica ingenieril referirlas a un volumen de control que puede ser de masa variable.
- A partir de las definiciones previas, se presentan las ecuaciones generales que gobiernan la evolución de un sistema termodinámico de masa de control:
 - balance de masa (en este caso es trivial)
 - balance de cantidad de movimiento (viene de $\vec{F} = m\vec{a}$)
 - balance de energía (viene de $\Delta E = Q + W$)
 a las cuales se puede añadir:
 - balance de entropía (sirve para calcular dS_{gen})
 - balance de exergía (sirve para calcular $d\Phi$)
- De las anteriores se deducen las ecuaciones generales que gobiernan la evolución de un sistema termodinámico de volumen de control, que son similares a las anteriores pero añadiendo términos convectivos asociados a la masa que entra o sale.
- Se presenta en paralelo la formulación que se utiliza en Mecánica de fluidos, con un doble fin: para distinguir claramente dos formulaciones de una misma realidad pero con objetivos distintos, y para tener una referencia conveniente en los capítulos de Transmisión de calor y masa (incluidos los de Combustión), donde se hace uso de la formulación fluidomecánica.
- El único proceso no estacionario que se analiza en detalle es el de la presurización y despresurización de depósitos, y aunque las ecuaciones son generales, se reserva el estudio de los sistemas multifásicos a los siguientes capítulos.
- Los procesos que se estudian con mayor extensión son los de estado estacionario, pues estas condiciones suelen ser las de funcionamiento normal de los equipos de ingeniería. En particular, se deducen las ecuaciones que ligan la entrada y la salida de un volumen de control en régimen estacionario y sólo una entrada y una salida:
 - balance de masa: $\rho_2 v_2 A_2 = \rho_1 v_1 A_1$
 - balance de cantidad de movimiento: $\vec{F}_{FI} = p_2 A_2 \vec{n}_2 - p_1 A_1 \vec{n}_1 - (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \dot{m}$
 - balance de energía: $w + q = (h_2 + v_2^2/2 + gz_2) - ((h_1 + v_1^2/2 + gz_1))$
 - balance de energía mecánica: $w = e_{mdf} + \int dp/\rho + \Delta e_m$
 - balance de energía térmica: $q = -e_{mdf} + \Delta u + \int pd(1/\rho)$
 - balance de entropía: $s_{gen} = -\int dq/T + (s_2 - s_1)$
 - balance de exergía: $w + q(1 - T_o/T) - T_o s_{gen} = (h_{2,i} - T_o s_2) - (h_{1,i} - T_o s_1)$
- Se define el estado total o de remanso asociado a un estado termodinámico (T, p) compuesto con un estado mecánico (v, z), pues con ello se facilita el estudio de los sistemas de flujo en los que los efectos de variación de energía cinética o potencial son importantes.

8. Se definen los rendimientos adiabáticos o isentrópicos para mejor modelizar la compresión y expansión de fluidos, y se estudian las ventajas de la compresión y expansión escalonadas.
9. Se analiza el movimiento unidimensional compresible en conductos de sección variable, principalmente destinado a la modelización de toberas.

PROBLEMAS

- 5.1. Una botella de 30 litros contiene nitrógeno inicialmente a 15 MPa. A partir de un cierto instante se abre la válvula y cuando la presión interior llega a 12 MPa se vuelve a cerrar. Suponiendo que el escape ha sido rápido, se pide:
- Masas inicial y final.
 - Temperatura interior en el momento del cierre y variación de exergía.
 - Estado termodinámico interior al cabo de mucho tiempo, y variación de exergía.
- Sol.: a) $m_{inicial}=5,27$ kg, $m_{final}=4,49$ kg; b) $T=270$ K, $\Delta\Phi=\Delta\Phi_{cierre}-\Delta\Phi_{inicial}=1,43-1,81=-0,38$ MJ; c) $p_{final}=12,4$ MPa, $\Delta\Phi=\Delta\Phi_{final}-\Delta\Phi_{cierre}=1,42-1,43=-0,01$ MJ.
- 5.2. Estimar el calor que habría que comunicarle al aire en un recipiente adiabático de 10 litros, abierto a la atmósfera, para que la masa de aire disminuya a la mitad, y la temperatura final.
- Sol.: $Q=2,4$ kJ, $T=576$ K.
- 5.3. Un recipiente de 10 litros en el que se ha hecho el vacío se deja que se llene bruscamente de aire hasta la presión ambiente. Se pide:
- Temperatura máxima que alcanzaría el aire en el interior.
 - Masa que entra hasta el equilibrio mecánico y hasta el térmico.
 - Presión final que se alcanzaría si tras el llenado rápido se cierra el recipiente.
- Sol.: a) $T=\gamma T_{amb}=403$ K; b) $m_2=0,008$ kg, $m_3=0,012$ kg; c) $p=71$ kPa.
- 5.4. De una línea de aire comprimido a 800 kPa se extrae un gasto tal que por un conducto de 1 cm de diámetro la velocidad media es de 10 m/s. Este flujo se utiliza para hacer girar una turbina de rendimiento adiabático 0,8. Se pide:
- Diagrama $T-s$ de la evolución del gas.
 - Gasto másico, y trabajo máximo obtenible a partir de las condiciones iniciales.
 - Estado termodinámico del aire a la salida de la turbina.
 - Potencia real obtenida.
- Sol.: b) $\dot{m}=7,6 \cdot 10^{-3}$ kg/s, $\dot{m} \Delta\phi=1,3$ kW; c) $T=185$ K, $v=50$ m/s; d) $P=0,8$ kW.
- 5.5. Dentro de un recipiente de 10 litros con un orificio que comunica con la atmósfera, existe una rueda de paletas cuyo eje atraviesa el recipiente. A partir de un cierto instante se hace girar el eje a 10000 rpm, midiéndose un par resistente en régimen estacionario de 15 N.m. Suponiendo que la transmisión de calor desde el aire interior a la atmósfera exterior es de la forma $dQ/dt=K(T_{int}-T_{ext})$, con $K=120$ W/K, se pide:
- Masa de aire encerrada en condiciones ambientales, y balance energético del aire interior en el caso general.

- b) Temperatura y masa interior en régimen estacionario.
 c) Variación de la temperatura y la masa interior en el caso que fuese $K=0$.
 d) Para el caso estacionario, variación de entropía y generación de entropía de todos los sistemas.

Sol.: a) $m=12$ gramos, $dE=dQ+dW+c_p T dm$, $W=15 \cdot 10^4 \cdot 2\pi/60=15,7$ kW; b) $0=Q+W$, $K(T_{int}-T_{ext})=W$, $T_{int}=288+15700/120=418$ K, $m=8,3$ gramos; c) $0=0+dW+c_p(pV)/(mR)dm$, $dm/m=-dT/T$; d) $S_{gen} = S_{gen,int} + S_{gen,front} + S_{gen,ext} = (\Delta S - \int dQ/T)_{int} + (\Delta S - \int dQ/T)_{front} + (\Delta S - \int dQ/T)_{ext} = \int W dt/T_{ext}$.

- 5.6. Para tratar de evaluar la variación de la energía interna del aire con la presión a $T=cte$, se piensa el siguiente experimento:

Se dispone un frasco Dewar de 6 litros con aire a alta presión, $p_{inicial}=1$ MPa ($p_{atm}=100$ kPa), mantenido isotérmicamente a una temperatura $T_o=300$ K superior a la ambiente, $T_{atm} = 290$ K, mediante un dispositivo termoelectrico (capaz de dar o tomar calor) autocontrolado. El frasco comunica con la atmósfera a través de una válvula donde el aire se expande hasta la presión atmosférica y un conducto donde otro dispositivo termoelectrico ajusta la temperatura de salida a T_o . Para el proceso de descarga, se pide:

- a) Indicar el signo esperado de los intercambios térmicos.
 b) Calcular los intercambios térmicos con el modelo de gas perfecto.
 c) Tomando como referencia la energía interna del aire en condiciones de salida, $u(T_o, p_{atm})=0$, calcular la energía interna a alta presión, $u(T_o, p_{inicial})$, en función de variables directamente medibles.

Sol.: a) dentro siempre habrá que añadir energía, pues si no la expansión isentrópica enfriaría el aire encerrado, mientras que fuera dependerá del coeficiente de Joule-Thomson y será muy pequeña; b) $Q_1=(p_{inicial}-p_{atm})V=5400$ J, $Q_2=0$; c) $u(T_o, p_{inicial})=[(m_{inicial}-m_{final})p_{atm}V - (Q_1+Q_2)]$.

- 5.7. Dos depósitos de 50 litros, de paredes aislantes, están comunicados entre sí a través de una válvula que se abre con una sobrepresión de 2 MPa. Inicialmente todo está a 20 °C y las presiones son de 100 kPa y 2,1 MPa. Entonces se empieza a calentar con una resistencia eléctrica el aire del depósito de alta presión hasta que alcanza 50 °C. Se pide:

- a) Masa total de aire y fracciones iniciales.
 b) Presión de alta en función de la masa de aire en ese depósito.
 c) Estado termodinámico final.
 d) Energía comunicada al conjunto y variación de entropía.

Sol.: a) $m_o=1,31$ kg, $m_{1i}/m_o=0,95$, $m_{2i}/m_o=0,05$; b) $p_1=p_{1i}(m_1/m_{1i})^{-\gamma}$; c) $p_{1f}=2,22$ MPa, $T_{1f}=323$ K, $p_{2f}=222$ kPa, $T_{2f}=356$ K; d) $Q=30,6$ kJ, $\Delta S_{univ}=140$ J/K.

- 5.8. En un conducto divergente de 0,2 m² de sección de entrada por el que circula aire, se han medido las presiones estáticas y totales de entrada y salida, obteniéndose $p_1=100$ kPa, $p_{1t}=120$ kPa, $p_2=105$ kPa y $p_{2t}=115$ kPa. Sabiendo que la temperatura ambiente es de 15 °C, se pide:

- a) Gasto de aire, velocidad de entrada y temperatura y velocidad de salida.
 b) Rendimiento adiabático de la compresión dinámica.

c) Generación de entropía.

Sol.: a) $\dot{m}=42,5$ kg/s, $v_e=175$ m/s, $T_s=296$ K, $v_s=125$ m/s; b) $\eta=0,76$; c) $\dot{S}_{gen}=512$ W/K.

5.9. Se desea estudiar un circuito de calefacción por convección natural de agua (termosifón), aproximándolo a una única conducción de sección uniforme y 3 cm de diámetro en forma rectangular y vertical, es decir, con dos tramos verticales de 15 m de altura unidos entre sí por dos tramos horizontales de poca longitud. Se supone que los tramos verticales son adiabáticos, que en el tramo de abajo recibe calor de otra corriente de agua, ésta de 1 litro por segundo, que entra a 90 °C y sale a 60 °C, y que en el tramo superior calienta una corriente de aire de 10 kg/s hasta 20 °C. Se supone que la pérdida de presión total en el conducto puede calcularse con la fórmula: $\Delta p_t = -\lambda \frac{L}{D} \frac{1}{2} \rho v^2$ siendo $\lambda=0,025$, L la longitud, D el diámetro, ρ la densidad y v la velocidad media en la sección. Para el coeficiente de dilatación térmica del agua se toma un valor medio $\alpha=5 \cdot 10^{-4}$ K⁻¹. Se pide:

- Calor cedido a la corriente de aire y temperatura de entrada de éste.
- Relación entre la energía mecánica degradada por fricción y la velocidad y el calentamiento.
- Velocidad media y gasto másico generado.
- Incremento de temperatura en el circuito y comparación con las temperaturas de la fuente y el sumidero térmicos.
- Generación de entropía en cada sistema y en el universo.

Sol.: a) $\dot{Q}=126$ kW, $T_e=7,4$ °C; b) $e_{mdf}=gL\alpha\Delta T=2\lambda(L/D)v^2$; c) $v=0,6$ m/s, $\dot{m}=0,45$ kg/s; d) $\Delta T=67$ K, de 90 °C a 23 °C; e) $\Delta\dot{S}=77,3$ W/K.

5.10. Se quiere introducir 150 litros de agua en un depósito hermético de 200 litros, inicialmente lleno de aire a presión atmosférica, desde un gran recipiente 50 m por debajo del anterior, utilizando una bomba que da 60 litros/hora. Se pide:

- Variación de la presión del aire con el nivel de agua en el depósito, y valor final.
- Potencia que va consumiendo la bomba, y valores inicial y final.
- Energía total consumida.
- Generación de entropía.

Sol.: a) $p=p_o V_o/(V_o-V_{agua})$, $p=400$ kPa; b) $w=gL+(p-p_o)/\rho$, $P_{inicial}=8,3$ W, $P_{final}=13,3$ W; c) $W=87,7$ kJ; d) $S_{gen}=305$ J/K.

5.11. Se trata de estudiar el proceso de carga de un cierto acumulador neumático que consta de un cilindro rígido de 10 litros con un orificio de entrada en el centro de una de sus caras, y un émbolo interior que divide el espacio en dos volúmenes, uno encierra una cantidad de aire fija y el otro es el que tiene el orificio. En el instante inicial el aire encerrado está a 200 kPa y ocupa todo el cilindro. Entonces se conecta el orificio a un gran depósito de aire comprimido a 1,5 MPa. Para el proceso rápido hasta alcanzar el equilibrio mecánico, y suponiendo que la energía degradada es despreciable, se pide:

- Esquema de la instalación y masa de aire encerrado.
- Evolución del aire encerrado, estado final y energía almacenada.
- Masa y estado termodinámico del aire que ha entrado.
- Variación de entropía.
- Estado de equilibrio termodinámico último si se deja indefinidamente abierto el orificio.

Sol.: a) $m=24$ gramos; b) isentrópica, $p=1,5$ MPa, $T=512$ K, $\Delta U=3,9$ kJ; c) $m=113$ gramos, $p=1,5$ MPa, $T=354$ K; d) $\Delta S=23$ J/K; e) $m=157$ gramos, $T=288$ K, $p=1,5$ MPa.

5.12. Se desea analizar la energía requerida para hacer pasar una corriente de agua a presión ambiente desde 10 °C hasta 120 °C. Se pide:

- Trabajo mínimo necesario disponiendo libremente de la atmósfera.
- Energía necesaria si se utiliza un calentador eléctrico.
- Energía necesaria si se utiliza un calentador a gas de rendimiento energético 0,8. ¿Por qué son de uso más corriente (p.e. para agua sanitaria) los calentadores a gas que los eléctricos?
- Trabajo mínimo necesario disponiendo de una única máquina de Carnot (temperaturas de funcionamiento fijas).
- Trabajo mínimo necesario disponiendo de dos máquinas de Carnot.

Sol.: a) $w=604$ kJ/kg; b) $w=2670$ kJ/kg; c) $q=3340$ kJ/kg, por una parte, el coste energético del gas es 2 o 3 veces inferior al de la electricidad, y por otra la potencia eléctrica instalada también es 2 ó 3 veces menor; d) $w=750$ kJ/kg; e) $w=645$ kJ/kg, la primera calentando el agua hasta 100 °C y vaporizándola, la segunda sólo calentando el vapor (nótese que el mínimo local es $w=720$ kJ/kg).

5.13. En un conducto de 5 cm de diámetro por el que circulan 15 kg/min de aire hay una válvula de paso semiabierta. Sabiendo que el estado a la entrada es de 15 °C y 250 kPa, y que sale a 100 kPa, se pide:

- Velocidad media a la entrada y a la salida.
- Temperatura a la salida.
- Generación de entropía.
- Variación de exergía de la corriente.

Sol.: a) $v_e=42$ m/s, $v_s=104$ m/s; b) $T_s=283,5$ K; c) $\dot{S}_{gen}=62$ W/K; d) $\Delta\Phi=-17,8$ kW.

5.14. Se trata de llenar un depósito de 8 m³ para que contenga aire a 1 MPa, a partir de la atmósfera. Se pide:

- Consumo energético mínimo.
- Suponiendo que se llena con un compresor volumétrico de rendimiento adiabático 0,75 que da un gasto de 1 kg/min a 1200 rpm, determinar la cilindrada total.
- En este caso, calcular la variación de la presión del depósito con el tiempo y la masa final.
- Potencia máxima y energía demandadas por el compresor.
- Variación de entropía.

Sol.: a) $W=11,3$ MJ; b) 0,7 litros; c) $p=mRT/V$, $m=97$ kg; d) $P_{m\acute{a}x}=6$ kW, $P=19,6$ MJ; e) $\Delta S_{atm}=93$ kJ/K, $\Delta S_{aire}=-64$ kJ/K.

5.15. Se dispone de un compresor volumétrico de dos cilindros y 1 litro de cilindrada total que funciona a 1500 rpm. Sabiendo que la presión de descarga es de 400 kPa, se pide:

- Gasto de aire.
- Temperatura a la salida.
- Consumo energético.
- Exergía de la corriente.

Sol.: a) $\dot{m} = 0,03$ kg/s; b) $T = 429$ K; c) $P = 4,23$ kW; d) $\dot{\Phi} = 4,23$ kW.

5.16. Se quiere alimentar con 0,1 kg/s una línea de distribución de aire comprimido a 2 MPa, utilizando dos compresores de rendimiento adiabático 0,85 y una refrigeración intermedia hasta 50 °C. Se pide:

- Consumo energético mínimo.
- Presión intermedia óptima.
- Potencia consumida por cada compresor.
- Calor evacuado.
- Influencia que tendría en las presiones de funcionamiento óptimo una pérdida de presión total del 5% en el cambiador de calor.

Sol.: a) $P=24,8$ kW; b) $p_f=547$ kPa; c) $P_1=21$ kW, $P_2=17$ kW; d) $\dot{Q}=17,7$ kW; e) uno comprimiría de 100 kPa a 561 kPa y el otro de 533 kPa a 2 MPa.

5.17. Un frigorífico doméstico de $50 \times 60 \times 150$ cm³ de capacidad tiene un motor de 100 W y está inicialmente parado y con la puerta (de 50×150 cm²) abierta, en una atmósfera a 30 °C y 92 kPa. A partir de un cierto instante se cierra la puerta y se pone en marcha el motor hasta que se alcanza una temperatura media de 5 °C. Se pide:

- Suponiendo que el cierre fuese estanco:
 - Masa de aire encerrada y presión final.
 - Calcular la fuerza suplementaria que sería necesario hacer para abrir la puerta al final.
 - Calcular el calor neto que hay que extraer del aire hasta alcanzarse el estado final.
 - Calcular el tiempo que tardaría en alcanzarse el estado final, suponiendo que la eficiencia energética de la máquina refrigerante es 1 y que sólo se enfría el aire interior.
 - Enumerar las razones principales por las que el resultado anterior no concuerda con la realidad.
- Sabiendo que el cierre no es estanco sino isobárico:
 - Calcular la relación entre la masa de aire inicial y final.
 - Calcular el calor neto que hay que extraer del aire hasta alcanzarse el estado final.
 - Calcular el calor que va entrando por las paredes, suponiendo que su espesor es de 5 cm, su conductividad térmica $0,05$ W.m⁻¹.K⁻¹, y los coeficientes de convección interior y exterior iguales a 5 W.m⁻².K⁻¹.

Sol.: a) $m=0,476$ kg, $p=84,4$ kPa; b) $F=2850$ N suponiendo que el brazo sea de 0,5 m; c) $Q=-8,5$ J; d) $t=85$ s; e) hay que enfriar también parte del frigorífico y además no está cerrado; f) $m_i/m_f=0,92$; g) $Q=-13$ kJ; h) $\dot{Q}_{m\acute{a}x}=70$ W.

5.18. Se quiere analizar el coste de comprimir aire de 100 kPa a 1 MPa en régimen estacionario. Se pide:

- Temperatura de salida que supondría un consumo mínimo.
- Consumo mínimo.
- Consumo mínimo para pasar una masa de control (régimen no estacionario) desde 100 kPa a 1 MPa, explicando la diferencia con el caso anterior.
- Volviendo al caso estacionario, consumo mínimo utilizando un compresor adiabático.
- Consumo utilizando un compresor de rendimiento adiabático 0,75.
- Consumo mínimo utilizando dos compresores adiabáticos con refrigeración intermedia, determinando la presión intermedia óptima.

- g) Consumo mínimo utilizando dos compresores adiabáticos con refrigeración intermedia hasta 5 °C por encima de la temperatura ambiente, determinando la presión intermedia óptima.
- h) Consumo mínimo utilizando dos compresores adiabáticos de rendimiento 0,75, con refrigeración intermedia hasta 5 °C por encima de la temperatura ambiente, determinando la presión intermedia óptima.
- i) Consumo mínimo utilizando dos compresores adiabáticos de rendimiento 0,75, con refrigeración intermedia hasta 5 °C por encima de la temperatura ambiente, determinando las presiones intermedias óptimas sabiendo que en el cambiador de calor la presión cae 20 kPa.
- j) Consumo mínimo en el caso límite de infinitos compresores adiabáticos de rendimiento 0,75 con refrigeración intermedia hasta la temperatura atmosférica.

Sol.: a) $T=T_{amb}=288$ K; b) $w=190$ kJ/kg; c) $w=116$ kJ/kg, es menor porque la atmósfera trabaja; d) $w=268$ kJ/kg; e) $w=357$ kJ/kg; f) $w=224$ kJ/kg, $p_{inter}=316$ kPa; g) $w=226$ kJ/kg, $p_{inter}=326$ kPa; h) $w=302$ kJ/kg, $p_{inter}=326$ kPa; i) $w=311$ kJ/kg, $p_2=370$ kPa, $p_3=350$ kPa; j) $w=253$ kJ/kg.

5.19. Se quiere obtener trabajo a partir del aire contenido en un depósito de 1000 m³, inicialmente a 1 MPa. Se pide:

- a) Trabajo máximo obtenible.
- b) Variación de entropía del aire y de la atmósfera en el caso anterior.
- c) Trabajo máximo obtenible con una turbina adiabática que se adaptase al salto de presión adecuado.
- d) Variación de entropía del aire y de la atmósfera en el caso anterior.
- e) Trabajo máximo obtenible con una turbina que trabaja entre 400 kPa y 100 kPa (es decir, habrá que poner una válvula a la entrada para que la presión del depósito caiga a 400 kPa).
- f) Variación de entropía del aire y de la atmósfera en el caso anterior.

Sol.: a) $\Delta\Phi=-1,4 \cdot 10^9$ J; b) $\Delta S_{aire}=8$ MJ/K, $\Delta S_{atm}=-8$ MJ/K; c) $W=1,1 \cdot 10^9$ J; d) $\Delta S_{aire}=8$ MJ/K, $\Delta S_{atm}=-7$ MJ/K; e) $W=0,7 \cdot 10^9$ J; f) $\Delta S_{aire}=6$ MJ/K, $\Delta S_{atm}=-5,2$ MJ/K.

5.20. Se desea comprimir en régimen estacionario 0,1 kg/s de etano desde 1 MPa y 300 K hasta 4 MPa, en presencia de una atmósfera a 100 kPa y 300 K. Se pide:

- a) Sabiendo que la sección de entrada es de 10 cm², calcular la densidad, velocidad y temperatura total a la entrada.
- b) Establecer la expresión que da el trabajo mínimo necesario en función de la temperatura de salida, determinando ésta para minimizar aquél.
- c) Calcular la potencia mecánica mínima necesaria.
- d) Calcular el trabajo necesario y la temperatura de salida si se utiliza un compresor de rendimiento adiabático 0,8.
- e) Indicar cómo se calcularía el trabajo necesario utilizando dos compresores de rendimiento adiabático 0,8 con refrigeración intermedia.

Sol.: a) $\rho=13$ kg/m³, $v=7,5$ m/s, $T=300$ K; b) $\partial\phi/\partial T_2=0=c_p-T_0c_p/T_2 \rightarrow T_2=T_0$; c) $P_{mín}=8,7$ kW; d) $P=15$ kW, $T=392$ K; e) representando $P(p_{intermedia})$ y tomando el mínimo.

- 5.21. Se desea comprimir en régimen estacionario 0,1 kg/s de etano desde 1 MPa y 300 K hasta 4 MPa, en presencia de una atmósfera a 100 kPa y 300 K. Se pide:
- Sabiendo que la sección de entrada es de 10 cm², calcular la densidad, velocidad y temperatura total a la entrada.
 - Establecer la expresión que da el trabajo mínimo necesario en función de la temperatura de salida, determinando ésta para minimizar aquél.
 - Calcular la potencia mecánica mínima necesaria.
 - Calcular el trabajo necesario y la temperatura de salida si se utiliza un compresor de rendimiento adiabático 0,8.
 - Indicar cómo se calcularía el trabajo necesario utilizando dos compresores de rendimiento adiabático 0,8 con refrigeración intermedia.
- Sol.: a) $\rho=13$ kg/m³, $v=7,5$ m/s, $T=300$ K; b) $\partial\phi/\partial T_2=0=c_p \cdot T_o c_p/T_2 \rightarrow T_2=T_o$; c) $P_{\min}=8,7$ kW; d) $P=15$ kW, $T=392$ K; e) representando $P(p_{intermedia})$ y tomando el mínimo.
- 5.22. Un secador eléctrico toma aire ambiente a 22 °C y 92 kPa y produce un chorro de aire caliente a 83 °C, 9 m/s y 18,7 cm² de sección. Se pide:
- Gasto de aire y consumo eléctrico.
 - Consumo eléctrico mínimo que sería necesario disponiendo libremente de la atmósfera y los dispositivos apropiados de conversión energética, describiendo los procesos necesarios.
 - Rendimiento exergético.
- Sol.: a) $\dot{m}=0,015$ kg/s, $P=925$ W; b) $P_{\min}=85$ W, idealmente se podría conseguir con infinitas bombas de Carnot, o con una expansión isoterma seguida de una compresión isentrópica; c) $\eta_x=85/925=0,09$.
- 5.23. Calcular la exergía de un manantial geotérmico capaz de producir 1 kg/s de agua a 90 °C.
- Sol.: $W_{\min}=m(\Delta h-T_o \Delta s)=35$ kW.
- 5.24. Los datos de un compresor doméstico de los usados para aplicar pintura son: 1 kW de consumo eléctrico, monocilindro de 40 mm de diámetro y 40 mm de carrera, a 3000 rpm, saliendo el aire a una presión manométrica de 800 kPa. Se pide:
- Gasto másico de aire comprimido.
 - Temperatura de salida del aire suponiendo compresión isentrópica.
 - Potencia que consumiría la compresión isentrópica.
 - Mínimo termodinámico de la potencia necesaria, y eficiencia exergética.
- Sol.: a) $\dot{m}=0,003$ kg/s; b) $T=522$ K; c) $P=700$ W; d) $\Phi=516$ W, $\eta_x=0,5$.
- 5.25. Se trata de estudiar el trabajo obtenible a partir de un depósito de 8 m³ de aire comprimido a 10 MPa, en presencia de la atmósfera. Se pide:
- Trabajo máximo obtenible en el límite termodinámico.
 - Trabajo que se obtendría haciendo pasar el aire por una turbina con un gasto másico muy pequeño, esquematizando en el diagrama T - s la evolución del estado del aire remanente.
 - Trabajo que se obtendría haciendo pasar el aire por una turbina con un gasto másico muy grande, esquematizando en el diagrama T - s la evolución del estado del aire remanente.

Sol.: a) $W=289$ MJ; b) $W=176$ MJ; c) $W=43$ MJ.

5.26. Se desea estudiar el trabajo máximo obtenible de un chorro de gases de escape de gasto másico m y temperatura de salida T_o , respecto a una atmósfera a T_{amb} , sin tener en cuenta efectos cinéticos ni químicos. Se pide:

- Trabajo máximo obtenible por unidad de gasto másico.
- Rendimiento energético máximo.
- Temperatura equivalente de una fuente infinita que tuviese el mismo rendimiento energético máximo.
- Aplicación numérica para $T_o=3000$ K y $T_{amb}=300$ K.

Sol.: a) $w = c_p T_o [T_{amb}/T_o - 1 - \ln(T_{amb}/T_o)]$; b) $\eta = 1 - \ln(T_{amb}/T_o) / (T_{amb}/T_o - 1)$; c) $T_{eq} = T_{amb} / (1 - \eta)$; d) $w=1,9$ MJ/kg, $\eta=0,74$, $T_{eq}=1200$ K.